Math. P. 7414-3

45

<36627969720016 S

<36627969720016

Bayer. Staatsbibliothek

H 112 2-Ex.
Artillerie Regiment Prinz Luitpold

Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie

von

M. Johann Tobias Mayer,
Prof. der Mathemat. und Naturlehre
zu Altdorf.

Dritter Theil,
mit 8. Kupfertafeln.

Göttingen,
im Verlage der Wittwe Vandenhoek. 1783.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorerinnerung.

Die Herausgabe des dritten Theiles dieser praktischen Geometrie, den ich gegenwärtig dem Urtheil der Kenner unterwerfe, ist durch die Veränderung meiner Lage, und durch allerley damit verbundene Geschäfte etwas verzögert worden. Daß ich aber mit diesem Theile das ganze Buch beschliese, davon ist die Ursache diese. Ich hatte anfänglich auch die Absicht, das Praktische der körperlichen Geometrie, und die Markscheidekunst in einem 4ten Theile abzuhandeln. — In Ansehung der erstern fand ich

aber bey näherer Untersuchung, daß ich sehr viele Gegenstände, ohne einige vollständigere Kenntnis der Analysis des Unendlichen, nur sehr mangelhaft würde behandeln können, und da ich doch gleich anfänglich die Absicht hatte, Kenntnisse der höhern Analysis möglichst zu vermeiden, um dadurch nicht vielen unverständlich zu werden; so glaubte ich besser zu thun, mit dem eigentlichen Feldmessen zu schliesen, als durch einen 4ten, vielleicht minder brauchbaren Theil, die Kosten des Buches zu erhöhen. — Es kan indessen seyn, daß ich das Praktische der körperlichen Geometrie etwa einmal in einem besondern Buche abhandele. — In Betracht der Markscheidekunst glaubte ich, daß meine Abhandlung davon durch die neuern vortreflichen Arbeiten Herrn Hofr. Kästners *) und Herrn Lempens **) für entbehrlich gehalten werden mögte. — Also wird hiemit gegenwärtiges Buch geschlossen, und ich freue mich, daß es von vielen Kennern nicht ganz ohne Beyfall aufgenommen worden, ob ich gleich wohl einsehe, daß besonders der Vortrag an manchen Orten anders seyn dürfte; doch hoffe

*) Anmerkungen über die Markscheidekunst 2c. 2c. Göttingen 1775.

**) Gründliche Anleitung zur Markscheidekunst von J. F. Lempe. Leipz. 1782.

hoffe ich, daß die Leser an Gründlichkeit nicht viel vermissen werden. — Eine zwote Auflage, die vielleicht bald zu erwarten stehet, kan zu allerley Verbesserungen Gelegenheit geben.

Von der Geschichte und der Litteratur einzelner Gegenstände ist gehörigen Ortes so viel beygebracht worden, daß ich es für unnöthig erachtete, das Buch durch eine zusammenhängende Geschichte der praktischen Geometrie noch um ein Kapitel zu vermehren.

Was mir in dem ganzen Buche eigen ist, werden Kenner schon von selbst finden, ohne daß ich es gerade an jedem Orte angezeigt hätte. So viel kan ich indessen behaupten, daß ich eigene Vorschläge allemal auch durch die Ausübung vorher zu prüfen gesucht habe.

In dem XXXII. Kapitel kommen unterschiedene Lehnsätze aus der Astronomie vor, eine Ausschweifung, die man nach der Beschaffenheit der dort behandelten Gegenstände nicht für überflüssig halten wird. — Von Messungen, die ins Grosse gehen, und den Karten einer ganzen Provinz ist daselbst das wichtigste gesagt worden. Daß ich dabey überall den bereits in den vorhergehenden beyden Theilen beschriebenen Winkelmesser zum Grunde gelegt habe, wird der Methode im Ganzen nicht entgegen stehen. Bey an-

ders eingerichteten Werkzeugen werden sich leicht die erforderlichen Abänderungen treffen lassen. Aus der Beschaffenheit der Umstände und der Wichtigkeit einer Vermessung wird übrigens die Grösse des Werkzeugs zu beurtheilen seyn. Meiner Meinung nach dürfte ein Winkelmesser nach der von mir beschriebenen Einrichtung von etwa $1\frac{1}{2}$ pariser Fuß im Durchmesser schon zu der geometrischen Aufnahme einer ansehnlichen Provinz zureichen, wenn einem Manne von gehörigen Einsichten das Geschäfte übertragen wird.

Von dem Nivelliren habe ich im XXXIII. Kapitel das brauchbarste gesagt. Verschiedene dahin gehörige Gegenstände habe ich der Kürze halber übergehen müssen.

Altdorf, im März 1783.

Johann Tobias Mayer.

Inhalt des dritten Theils.

XX. Kapitel.

Vermessung der Wiesenstücke §.245. Wie man die Messung fortsetzt wenn ein Ueberzug des Meßtisches vollgearbeitet ist (das.XII). Ueber die Eigenschaften der Verbindungslinien, das Auftragen, und Zusammenhängen der einzeln Entwürfe §.246. Penthers Verfahren, Messungen fortzusetzen das.V. Erinnerungen dagegen (VI). Es ist vortheilhaft, zwey Reisbretter, als Meßtische mit sich zu führen (VII), die Leinwand zum Auftragen der Platten zuzubereiten (VIII). Andere Methoden die Messungen miteinander zu verbinden (XI).

Von Vermessung der Felder und Aecker §.247. Es ist dabey vortheilhaft, wenn das Stück, das man jedesmal auf den Meßtisch bringt, in natürliche Grenzen eingeschlossen ist, und man immer von grössern Stücken auf kleinere fortgehet, um die Folgen der Fehler möglichst zu vermindern.

Vermessung der Wälder §.249. werden am besten aus der Peripherie entworfen (I), wie man zu verfahren habe, wenn der Umkreis eines Grundstücks nicht zugänglich ist (IV).

Vermessung bergigter Gegenden §.250. Entwerfung der Flüsse und Ströme §.251. Vortheile, wenn man an zween Standpunkten zugleich, einen Beobachter mit einem Meßtische haben kan, (IV). Ein Verfahren, einem Gehülfen in der Ferne einen gemessenen Winkel kund zu machen (V). Ausmessung der Gärten §.252. der Städte §.253. Dörfer §.254.

XXI. Kapitel.

Vermessung einer ganzen Flur §.255. wird auf gewisse Linien gegründet, die man durch die Flur absteckt. (IV). Vortheile davon (V). Wie einzeln gemessene Stücke einer Flur in eine richtige Verbindung können gebracht werden (VII), Beyspiel an einer

erdichteten Feldmark (VIII). Einige Anmerkungen das Auftragen betreffend §. 256. Berichtigung einer Flurkarte §. 267.

XXII. Kapitel.

Von der Ausarbeitung einer Flurkarte. Dahin gehörige Werkzeuge (II), Farben (III), und deren nöthige Eigenschaften §.258. Ueber die Schönheit eines illuminirten Risses §.259. (I). Schatten und Licht, (II). Auftragung der Farben §. 260. Von den unterschiedenen Bezeichnugsarten einzelner Gegenstände in einer Flur, und deren Illuminirung §. 261. Ausarbeitung der Wiesenplätze, (I) Aecker, (II) Wälder, (III) Flüsse, (IV) Berge, (V) Gebäude, (VI) Wege und Gränzen, (VII) Anmerkungen über die beygebrachten Bezeichnungsarten §. 262.

XXIII. Kapitel.

Nähere Beschreibung einer Feldkarte, nebst der Einrichtung eines Vermessungsregisters §.263. Saalbücher, Lagerbücher §.264. Man kan die Entwürfe einzelner Stücke einer Feldmark zum Gebrauche der Saal- und Lagerbücher auch bequem in ein Buch zusammenbinden und die Art wie diese Stücke zusammen hängen, in einem kleinern Hauptrisse darstellen. §. 265.

XXIV. Kapitel.

Vom Kopieren und Verjüngen der Figuren. — Ein Stück einer Flur nach einer gegebenen Verhältnis zu verjüngen §. 266. Netze dabey (VIII). Penthers Verfahren §.267. Andere Verjüngungsmethoden §.268. Der Storchschnabel (I). Der Verjüngungszirkel (II). Zum Kopieren bedient man sich mit Vortheil auch der Kopiernadel §. 269.

XXV. Kapitel.

Von unterschiedenen in der practischen Geometrie und im gemeinen Leben üblichen Flächenmaaßen §. 270. Die Quadratruthe an jedem Orte hängt von der Menge der Längenfüsse ab, die auf eine

Längenruthe gerechnet werden (I). Eine Tafel dazu für unterschiedene Gegenden (II). Wie man das absolute Verhältnis der Längen- und Quadratruthen findet (III. IV). Tafel für untersch. Feldmaase (XII). Eine Aufgabe, über die Vergleichung derselb. §. 271.

XXVI. Kapitel.

Ausrechnung des Quadratinhalts der Felder durch Dreyecke §. 272. Aus den 3 Seiten eines Dreyecks den Inhalt zu finden §. 273. Anwendungen und Vortheile davon §. 274. Wenn alle 3 Seiten einander gleich sind §. 275. Die Fläche eines Trapezii zu finden §. 276. Anwendung auf Vielecke; deren Inhalt durch Formeln ausgedrückt. §§. 277. 278. 279. 280. Die Fläche einer krummlinigten Figur durch Zerlegung in Trapezien §. 281. Wie man gleich auf dem Felde die Trapezien bestimmt §. 282. Vortheile wenn die Trapezien durchaus einerley Höhe bekommen können §§. 283. 284. Practische Vortheile §. 285. Die Formel für die Bestimmung des Inhalts durch Trapezien, noch einfacher einzurichten, so daß man dabey aller weitl. Rechnungen überhoben ist. §. 286. Gebrauch der Netze zur Bestimmung der Fläche einer Figur. §. 287. Sie geben nicht viel Genauigkeit (III). Noch ein Verfahren. §. 288. Korrektion einzeln berechneter Stücke einer Feldmark, damit deren Summe vollkommen genau mit dem ganzen übereinkomme §. 289. Vortheile davon (IV). — Eine andere Berechnungsart §. 290. Wie man bey Feldern mit parallelen Scheidungsgränzen den Inhalt einzelner Stücke leicht durch eine Regel Detri finden könne §. 291.

XXVII. Kapitel.

Verwandlung der Figuren in gleich grosse Dreyecke. — Ein gegebenes Viereck in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer gegebenen Ecke der Figur befinde, und die Grundlinie längst einer gewissen Seite des Vierecks falle §. 293. Eben die Aufgabe auf ein Fünfeck angewandt §. 294. Ein allgemeiner

Lehrsatz, zur Verwandlung der Figuren §. 295. Anwendung davon §. 296. Fernere Anwendung auf Figuren mit lauter auswärtsgehenden Winkeln §. 297. Die Aufgabe aufzulösen, wenn das Verfahren (§.297.) Unbequemlichkeiten hätte, besonders bey Figuren mit einwärtsgehenden Winkeln. §. 298. Das Verfahren, überhaupt einwärtsgehende Winkel wegzuschaffen (II), oder eine gebrochene Gränze in eine geradlinigte zu verwandeln, (VIII). Anwendungen davon in einer Aufgabe §.299. Vergleichungen des Verfahrens (§. 297.) mit dem (§. 298), nebst den Vortheilen, wenn sich beyde bey der Verwandlung anbringen lassen §.300. Die gewiesene Methoden sind von Tob. Mayer zuerst allgemein behandelt worden §.301. Ein Verfahren, sehr bequem jede Figur in ein gleichgroses Rechteck zu verwandeln. Die Gründe dazu §. 302. Anwendung davon in einem Beyspiele §. 303. besonders die Vortheile desselben bey der Verwandlung krummlinigter Figuren §. 304. Konstruktion der Formel (§. 283. IV) — §. 305.

XXVIII. Kapitel.

Theilungen der Felder durch blosse Rechnung §. 307. Von einem Trapezio ein beliebiges Stück abzuschneiden §.308. Formeln dazu (V) (IX). Verzeichnung dieser Formeln §.309. Ein dreyeckigtes Feld durch parallele Linien in beliebige Theile zu theilen §.310. Jede Figur so zu theilen, daß die Scheidungslinien mit einer beliebigen Richtung parallel laufen §.311. ein Beyspiel das. XII. Anmerkungen über gewisse Unbequemlichkeiten dieser Theilungsart §.312. Eine krummlinigte Figur durch Parallellinien zu theilen §. 313. Die Theilungen so zu bewerkstelligen, daß die Theilungslinien alle an eine gewisse Seite der Figur anstossen §. 314. Anwendung davon §. 315. Ein vorgegebenes Feld so zu theilen, daß alle Theilungslinien nach einem innerhalb der Figur liegenden Ort hinlaufen §.316. Anwendung davon nebst der Art wie überhaupt den Bedingungen der Thei-

lungs=

lungslinien gemäß, bey der Berechnung des Inhalts verfahren werden müsse §. 317. Eine andere Aufgabe bey Theilungen.

XXIX. Kapitel.

Theilungen der Felder blos durch Zeichnung. — Die Aufgabe des 310 §. durch Zeichn. aufgelöst §. 319. Wie zu verfahren sey, wenn alle Theilungslinien ausgegebenen Punkten in der Seite eines Dreyecks ausgehen sollen §. 320. Die Aufgabe des 311 §. durch Zeichnung §. 321. Einige Anmerkungen darüber. Ein Lehrsatz §. 322 analytisch erwiesen. Geometrischer Erweis desselben §. 322. XVIII. 1. Die Aufgabe des 314 §. durch Zeichnung §. 323. Anmerkung darüber, Figuren mit einwärtsgehenden Winkeln betreffend §. 324. Die Aufgabe des 316 §. durch Zeichnung §. 325. Eine andere brauchbare Aufgabe, wobey man die Verwandlung der Figur in ein Dreyeck durch Zeichnung, ersparen kan §. 326. Schriftsteller über die Theilung der Figuren §. 327.

XXX. Kapitel.

Ein Grundstück dessen Güte durchaus einerley ist, gehöret mehreren Interessenten; man soll es so theilen daß jeder Besitzer seine zerstreut herumliegenden Stücke beysammen erhalte §. 328. Wie die Theilungslinien abgetragen werden (IV). Landvertauschungen §. 329. Wenn durch eine Flur eine Chaussee geführt worden, und verschiedene Besitzer von ihren Grundstücken dadurch verlohren haben, zu finden, wie ein anderes Stück Landes ihnen zur Entschädigung getheilt werden müsse §. 330; Ein Stück Feldes, auf welches von zweenen dabey befindlichen Bauerhöfen keine bequeme Farth gehet, dergestalt zu theilen, daß jeder das seinige gleich unmittelbar hinter seinem Hofe bekömmt §. 331. Wie ferner dabey zu verfahren sey, wenn die Bonität der Grundstücke dabey in Betrachtung kommen muß (das.) Eine andere Repartitionsaufgabe §. 332. Ferner Theilungen, wobey die Güte der Grundstücke erwogen wird §. 333. Eine brauchbare Anwendung

davon auf die Vertheilung der Kuppel-weiden, in einem Beyspiele §. 334. Allgemeine Bemerkungen über die Zusammenziehung der in einer Feldmark unordentlich herumliegenden Grundstücke §. 335. Was eine Wanne sey das. II. nebst den Eigenschaften derselben; Bonitirung und Taxation derselben. Wie die Wannen vertheilt werden müssen (III) (IV) ꝛc.ꝛc. Eine unordentliche Gränze zweyer Felder in eine geradlinigte zu verwandeln §. 336. Theilung der Inseln nach den Vorschriften der Rechtslehrer §. 337.

XXXI. Kapitel.

Von Anlegung und Leitung der Strassen §. 339. Nothwendigkeit einer Kenntnis der Gegend (I). Man ist genöthigt meistens von der kürzesten Richtung eines Weges abzuweichen (IV). Was aber dabey zu beobachten sey (IV). Wie man Hindernissen nach den Gesetzen des kürzesten Weges auszubeugen habe (VII), und wie man vorzüglich dabey auf die Kosten des Wegbaues sehen müsse. Wie ein Weg am sichersten durch einen Wald einem bestimmten Orte zugeführt werde (X). Wie man von einem gewissen Punkte aus, nach mehreren Oertern die vortheilhafteste Kommunication erhalten könne (XI) (XII). Eine mechanische Auflösung dieser sonst schweren Aufgabe(XIV) (XV). Man kan zwischen mehreren Oertern eine noch vortheilhaftere Strasse durchziehen, wenn die Seitenwege nicht alle durch einen gemeinschaftlichen Ort der Hauptstrasse gehen dürfen. XVI. Aber die Auflösung dieser Aufgabe erfordert Kenntnisse aus der Analysis des Unendlichen. XVII. Noch einige Anmerkungen über die Leitung der Strassen, und den Umständen, unter welchen sie vortheilhaft seyn kan, wenn sie gleich nicht nach den Gesetzen des kürzesten Weges geführt würde. XVIII.

XXXII. Kapitel.

Von den Karten eines ganzen Landes. Untersuchungen über den Einfluß der Krümmung der Erde auf geographische Messungen §. 342. Wie groß die

Karte seyn darf, um den in §. 342. untersuchten Fehler für einen physikalischen Punkt anzunehmen. XIII. XVII. Gebrauch der Astronomie zum geographischen Landmessen. §. 343. Die Höhe eines Sternes über dem Horizont zu messen. §. 344. Einrichtung des Winkelmessers dazu (II). Die Polhöhe eines Orts zu finden. §. 345. Gebrauch mehrerer Sterne dabey (XII). Den Unterschied der Mittagskreise zu finden. §. 347. Schwierigkeiten dabey. §. 348. Ein Stück der Erdfläche zwischen zween Mittagskreisen und Parallelen zu entwerfen. §. 349. Die Grade der Parallelkreise aufzutragen, XIV. und ein Netz zum Auftragen der Oerter zu verfertigen. (XV.) Kreisbogen von sehr grossen Halbmessern zu ziehen. (XVIII.) Oerter nach den gegebenen Breiten und Längen derselben in das Netz einzutragen. §. 350. Erläuterung des bisherigen, nebst Anmerkungen darüber. §. 351. Bestimmung der Lage der Oerter durch geometrische Vermessungen. §. 352. Nothwendigkeit einer vorläufigen Kenntnis des Landes §. 353. und der unmittelbaren Messung sehr langer Grundlinien. §. 354. Netze von Dreyecken, wodurch man die Lage der Oerter bestimmet. §. 355. Ueber den Einfluß der Krümmung der Erde auf die drey Winkel eines Dreyecks. §. 356. Wie die Winkel ins Manual getragen werden. §. 357. Verbesserung der Winkel, die man nicht am wahren Stationspunkte hätte messen können. §. 358. Signale an den Stationen. §. 359. Hindernisse bey Messungen der Winkel an manchen Stationen (II. III. IV.). Nothwendigkeit einer vorläufigen Entwerfung der Hauptstandlinien. §. 360. Anzustellende Berechnungen in Ansehung des genauern Auftrages derselben. §. 361. Völlig genauer Auftrag der Standlinien. §. 362. Hieher gehörige Bemerkungen die Genauigkeit des Auftrages betreffend. §. 363. Verzeichnung der Oerter, die man durch andere Dreyecke mit den Hauptstandlinien verknüpft hat. §. 364. Nothwen-

wendigkeit einer Mittagslinie bey den bisherigen Aufgaben, nebst Methoden, sie genauer zu ziehen. §. 365. Das Detail einer Messung geschiehet mit dem Meßtische, und der Boussole. §. 366. Gebrauch der Boussole zu Gränzvermessungen (II). Die Weite zweener Oerter, die man aus einer einzigen Standlinie nicht finden könnte, zu bestimmen. §§. 367. 368. Bestimmung der Länge eines Grades des Mittagskreises. §. 369.

XXXIII. Kapitel.

Vom Wasserwägen. — Die Rothische Bergwaage. §. 370. Nähere Bestimmung des Nivellirens. §. 371. Bestimmung des Abhangs von einem Orte zu einem andern, ohne dabey die Weite derselben, die Höhe des Werkzeugs, das Gefälle u. dgl. erwägen zu dürfen. §. 372. Fehler dabey sind für die Sinne unmerklich. §. 373. Werkzeuge zum Wasserwägen §. 374. sind in 3 Klassen zu ordnen. Vitruvs Chorobates. §. 375. (I) Mariottens Wasserwaage. (II) Eine andere Einrichtung von Wasserwaagen, wobey man sich zurückgeworfener Strahlen von der Oberfläche des Wassers bedient. (III) De la Hirens schwimmendes Fernrohr, als Wasserwaage. (IV) Kühns Wasserwaage. (V) Die Liesganigische Wasserwaage. §. 346. Die Sissonische, das. (II) Die Branderische und Eckströmische. §. 377. Herrn Siberschlags Wasserw. (das.) Die Picardische Wass. §. 378. (I) Die Hugenische, (II) Römers, (III) nebst Erwähnung einiger andern, Febur's u. dgl. Signale an den Abwägungspunkten. §. 379. Prüfung der Wasserwaagen. §. 380. Das Wasserwägen selbst. §. 381. Das Barometer als Wasserwaage. §. 382.

Der practischen Geometrie III. Theil.

XX. Kapitel.

Anwendung der bisherigen Lehren auf die Vermessung einzelner Stücke einer Feldmark.

§. 244. Ein Feldmesser, der sich unterfängt, auch nur einen mäßigen Theil einer Flur in Grund zu legen, sollte doch wohl die unterschiedenen Vermessungsarten kennen, die ich besonders im XVIII. Kapitel vorgetragen habe. Denn sich blos auf ein einziges Werkzeug, auf eine bestimmte Messungsmethode einschränken, wie das häufig der Fall bey denen ist, die das Feldmessen wie ein Handwerk treiben, heist

auf dem Felde nur immer einerley Hindernisse und Schwierigkeiten antreffen, oder oft mit grosser Weitläuftigkeit nur sehr mittelmäsig das leisten, was mit beträchtlicher Ersparung der Kosten, theils genauer, theils in kürzerer Zeit geschehen könnte.

Ich dürfte wohl die Ausübung der bisherigen Lehren dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen. Da aber besonders Anfänger, auf die ich doch vorzüglich Rücksicht nehme, etwas umständlichere Anwendung der bisherigen Entwerfungsarten auf einzelne Fälle wünschen mögten, und ich auch selbst noch manches in Rücksicht des Ganges und der Ordnung, die man unter diesen oder jenen Umständen bey einer Messung zu beobachten hat, vermisse, so werde ich nun im gegenwärtigen Kapitel das noch Fehlende ergänzen, und die Entwerfung der gewöhnlichsten Gegenstände einer Flur, z. E. der Wiesenstücke, Aecker, Waldungen, Flüsse, Dörfer u. d. gl. als lauter einzelner Fälle, von denen ein Feldmesser seine Praxis anfangen muß, ehe er sich an zusammengesetzte Fluren wagen darf, zu erläutern suchen und dabey unterschiedene Vortheile und Erinnerungen beybringen, welche im Vorhergehenden noch nicht erörtert werden konnten, und die Manchem nach Verhältnis seiner Kenntnisse mehr oder minder interessant scheinen werden.

Ich werde mich aber bey gegenwärtigen Aufgaben vorzüglich des Meßtisches bedienen Von den Vortheilen dieses Werkzeugs bey Messungen, wo vieles anzumerken vorkömmt, habe ich bereits im 238 §. und an andern Orten geredet.

Vermessung der Wiesenstücke.

§. 245. I. Da diese gewöhnlich ohne beträchtliche Abweichung in einer Horizontal-Ebene liegen, und meistens eine freye Aussicht verstatten, so kan man ihre Grundlegung unter die leichtesten Fälle rechnen, wo sich die Lehren des XVIIIten Kapitels anwenden liessen.

II. Vorläufig ist nun sowohl hier als künftig das eine der ersten Vorschriften, daß ein Feldmesser, ehe er zur wirklichen Aufnahme schreitet, vorher genau den Umfang und das Innere des zu vermessenden Platzes in Augenschein nehme, alle Hindernisse und Schwierigkeiten genau aufzeichne, und daraus die den Umständen gemässeste Entwerfungsart beurtheile.

III. Kleine Wiesenstücke, worauf keine beträchtliche Hindernisse vorkommen, lassen sich bequem und am richtigsten mit der blossen Kette vermessen (§. 114). Krümmungen werden dabey durch Abscissen und Ordinaten be-

ſtimmt, von denen es aber nöthig iſt, ein Diarium zu halten.

IV. Gröſſere Plätze laſſen ſich vorzüglich aus ihrem Umfang entwerfen, wobey man denn theils nach einem beſtändigen Faden fortmiſſet, das heiſt, alle Winkel und Seiten unmittelbar beſtimmt, theils ſich der Methode des 229 §. bedient, wie es die Umſtände zu erfordern ſcheinen.

Im letztern Falle können abgeſteckte Stäbe innerhalb der Figur, in Ermangelung anderer kennbaren Objekte, zu Richtpunkten augenommen werden. §. 229. I. II.

V. Das Verfahreu §. 229. wird man beſonders in dem Falle ſehr brauchbar finden, wenn in den Umfangslinien einer Figur Hinderniſſe vorkommen, die dieſer Linien unmittelbare Meſſung erſchweren.

Der Magnetnadel kan man ſich dabey bedienen (§. 233.) aber das nur in ſolchen Fällen, wo man den dadurch feſtzulegenden Ort des Meßtiſches nicht mit äuſerſter Schärfe zu beſtimmen für nöthig erachtet.

Soll aber ein feſtzulegender Standpunkt des Meßtiſches in der Folge zu weitern Beſtimmungen und zu einem neuen Richtpunkt dienen, ſo wird man nach §. 235. verfahren müſ-

müssen. Man wird aber alsdenn noch einen Meßtisch mit sich führen müssen, worauf man die Lage eines solchen Standes gegen einige andere bereits festliegende erst nach der Branderischen Methode entwirft, ehe man ihn in gehöriger Verbindung mit der übrigen Messung auf den ersten Meßtisch trägt.

VI. Oft kan man aus einer angenommenen Standlinie nach §. 231. viele Punkte am Umfange und innerhalb des Wiesenstücks zu Papiere bringen.

Ueberhaupt finden die Entwerfungsarten im XVIII. Kapitel bey Vermessung der Wiesenstücke fast alle ihre Anwendung. Nur ist man oft, vorzüglich bey grössern Plätzen, genöthigt, nach Verhältnis der Umstände, der Bequemlichkeit, der mancherley Arten von Hindernissen u. s. w. mehrere Methoden mit einander zu verbinden.

VII. Zur Erläuterung diene der Wiesenplatz (Fig. I.), davon A, B, C, D, E, F, einzelne Stücke vorstellen, deren richtige Gränzen und Besitzer man von erfahrnen Leuten, die man als Gehülfen mitnimmt, angeben und gehörig mit Pfählen versehen lassen muß.

VIII. Gleich Anfangs, ehe man zur Messung schreitet, muß man den ganzen Wiesenplatz umgehen, und einige kenntliche Objekte,

z. E. a, b, c, d, e, f, auswählen, die künftig sowohl zur Prüfung der Messung, als auch zu Richtpunkten dieneu, nach denen man den Meßtisch stellet, und durch Hülfe deren man Standpunkte des Meßtisches auf ihm festlegen kan.

IX. Auch ist es sehr vortheilhaft, einige durch die Figur gehende Linien, und besonders auch die längste, z. E. von i nach x, abzuschreiten, und den verjüngten Maasstab darnach zu proportioniren.

Gesetzt man fände i x = 2000 Schritte, also ohngefähr 333 Ruthen.

Schon daraus würde sich einigermasseu beurtheilen lassen, ob sich der ganze Wiesenplatz auf einem Ueberzuge des Meßtisches entwerfen läst, oder ob mehrere dazu nöthig sind.

Sollte der Meßtisch von gewöhnlicher Grösse, also etwa von 18 Zollen seyn, und setzte man, daß eine Ruthe des verjüngten Maasstabes nicht kleiner als den 10ten Theil eines Zolles genommen werde, (wie solches in der That auch wohl nicht rathsam wäre) so betrügen die 333 Ruthen etwa 33 Zoll auf dem Papier, und der Meßtisch müste also gewiß mehrere male überzogen werden, um den Wiesenplatz mit dem nöthigsten Detail zu entwerfen; das heist: man müste die Messung theil-

theilweise vornehmen, und nachher auf Mittel denken, die Entwürfe einzelner Stücke zu Hause mit einander zu verbinden. Wie viel Ueberzüge des Meßtisches überhaupt aber erfordert werden, ergiebt sich beyläufig aus einem rohen Entwurfe des ganzen Platzes; meistens wird sich aber solches schon aus einigen andern abgeschritteten Linien der Figur beurtheilen lassen.

X. *Oft ist aber die Grösse des verjüngten Maasstabes schon votgeschrieben.* In diesem Falle dienet das vorläufige Abschreiten sowohl der längsten als auch einiger andern Linien, auch dazu, bequemer den Punkt auf dem Meßtische auszuwählen, von dem man die Messung anzufangen gedenkt. Während der Arbeit findet sich denn schon selbst, wie viel man von dem ganzen Wiesenstück auf jeden Ueberzug Meßtisches bringen kan.

XI. Ich will setzen, bey gegenwärtigem Wiesenstück habe man unter den angenommenen Umständen, daß nemlich die längste Linie durch die Figur ohngefähr 2000 Schritt betragen, und eine Ruthe des verjüngten Maasstabes nicht grösser als den 10ten Theil eines Zolles genommen werden sollte, nach dem Augenmaase und mit Beyhülfe eines etwa schon vorhandenen rohen Entwurfs gefunden, daß sich ganz bequem erstlich die drey einzel-

nen Stücke A, B, C, zusammen auf einem, und dann die andern drey D, E, F auf einem zweiten Ueberzuge des Meßtisches bringen liessen, ohne befürchten zu dürfen, daß bey einer geschickten Wahl des ersten Punktes auf dem Papiere, von dem man jedes Stückes h a i b c v d n z k h; n x y k z n Messung anfängt, Theile davon zu nahe an den Rand des Meßtisches kommen, oder gar darüber hinausfallen mögten.

XII. Nun bringe man aus einer bequemen Standlinie, z. E. a h vor allen Dingen erst einige von den angenommenen Richtpunkten z. E. c, d, m auf dem Meßtisch, nach (§. 231.); vergesse auch nicht die Richtung der Magnetnadel zu ziehen.

XIII. Hierauf würde man etwa nach der Richtung a i b c d n den äusern Umfang der drey an einander hängenden Stücke A, B, C auf den Meßtisch bringen.

Zwischen a, i, wo weiter keine sonderlichen Hindernisse die Messung unterbrechen, könnte man nach (§. 222.) verfahren, oder auch, um selbst die Messung der Linien ag, gr, ri zu ersparen, nach (§. 229.), wobey denn der Nutzen, der aus der Standlinie a h bereits festgelegten Punkte a, h, c, d, m, erhellen wird.

Zwischen i und b ist eine Anhöhe vorhanden, die das Visiren und Messen von i nach b verhindert. — Hier würde also, um die Winkelpunkte von i nach b zu erhalten, die Stellung des Meßtisches nach der Magnetnadel, und der Gebrauch einiger der bereits festgelegten Punkte a, h, c, d, m zu empfehlen seyn (§. 233.).

Den Punkt c, folglich bc hat man schon, sobald man bis b mit der Messung gekommen ist. Nemlich c aus XII.

Von c nach n sind Krümmungen zu entwerfen.

Um dazu nicht gar zu viel Stände nöthig zu haben, so stecke man längst der Krümmung so lange Linien ab, als es angehet, doch so, daß die zu messenden Ordinaten nicht zu lang werden, und verfahre nun nach (§. 222 2c.).

Bey c würde ich aber, nm die längst der Krümmung abgesteckte gerade Linie cv, auf dem Meßrische richtig zu erhalten, letzteren nicht durchs Zurückvisiren nach b einrichten, weil b durch die Magnetnadel bestimmt worden.

Sicherer würde ich ihn durch Hülfe anderer bereits festliegenden Objekte, z. E. m, zu dessen Bestimmung keine Magnetnadel gebraucht wurde, in die gehörige Lage bringen.

XIV. Nachdem man bis n gekommen ist, so wird die Lage der beyden Gränzlinien n 3 und 3 k anzugeben seyn. Diese finden sich durch Bestimmung des Punktes 3, den man entweder durch Hülfe der bereits festliegenden Punkte (XI) nach §. 235. bestimmen, oder durchs Visiren längst n 3, und durch wirkliches Messen und Auftragen der Länge n 3 erhalten könnte. Lezteres würde ich vorziehen, weil sich hier auf n 3 ein Gränzpunkt 5 befindet, dessen Entfernung n 5 man zugleich auch messen und auftragen könnte.

XV. Nachdem bey 3 der Meßtisch nach n oder einem andern schicklichen Punkt zurückgerichtet worden, so ziehet man auf ihm die Richtung 4 3 k, misset die Entfernungen von 3 nach 4 und von 3 nach 7, und bestimmt dadurch die Gränzlinien von 4 nach k, von 1 nach 4, von n nach 3, und es ist nun nichts mehr übrig, als noch die Krümmung zwischen h und k zu entwerfen.

In die gemessenen Wiesenstücke A, B, C, sezt man Zahlen oder Buchstaben herein, und bemerkt in dem Manuale neben diesen Zahlen die Eigenthümer dieser Stücke, und da die auf den Linien n 3, 3 k bemerkten Punkte 5, 7, Gränzpunkte solcher Stücke D, E, die man erst auf dem folgenden Ueberzuge des Meßtisches erhält, bezeichnen, so kan man

deren

deren Bedeutung auch einstweilen dabey schreiben, wenn es, Verwirrung zu vermeiden, nöthig scheinen sollte.

XVI. Nun würde ein Ueberzug des Meßtisches, oder eine Platte, vollgearbeitet seyn. Auf ihr befänden sich die drey an einander hängenden Stücke A, B, C, ohngefähr wie Fig. II. Nro 1.

Man überziehe den Meßtisch von neuem, und schreite zur Aufnahme der folgenden drey Stücke D, E, F.

Um sowohl die Messung da fortsetzen zu können, wo man auf der ersten Platte aufgehört hat, als auch die folgenden Stücke D, E, F, mit den erstern A, B, C, in eine richtige Verbindung zu bringen, so fasse man die Weite zwischen ein Paar Punkten, z. E. n und k, die man auf der erstern Platte schon hat, und die nahe genug an den Seiten liegen, wo man die Messung fortsetzen will, und trage solche auf den frisch überzogenen Meßtisch Nro 2. an eine schickliche Stelle von $\varkappa$ nach ν, bringe alsdann den Meßtisch Nro 2. über n oder k Fig. I. und richte $\nu\varkappa$ längst nk oder kn zurück, je nachdem man von n oder von k an, längst des Umfanges der drey Stücke D, E, F, zu arbeiten anfangen will, und schreite nun zur Auf-

Aufnahme derselben, wobey man denn, nach Verhältnis der Umstände, wie vorhin zu verfahren hat.

Zum Behufe der Arbeit wird es gut seyn, etwa aus der Standlinie n k sogleich einige Objekte e, f, als neue Richtpunkte festzulegen, denn die erstern, als c, m, u. dgl. werden nun nicht mehr gebraucht werden können, sie müsten denn etwa so nahe an der Verbindungslinie n k liegen, daß man sie auch auf den frischen Ueberzug des Meßtisches bringen könnte, und doch noch für die drey Stücke D, E, F, Raum genug bliebe.

Hat man nun endlich D, E, F, vermessen (wobey man denn immer erst den ganzen äussern Umfang bestimmt, ehe man die innern Scheidungslinien, z. E. von 7 nach 6 u. s. w. entwirft), so wird das Wiesenstück D E F, an das erstere A B C, vermittelst der angenommenen Verbindungslinie n k gehörig angehängt, und so ist die ganze Wiesenflur vermessen.

XVII. Gienge durch diese Flur ein Fußsteig, ein Wassergraben, oder so etwas, wie die punktirte Linie ausweiset, so wird es, im Fall diese Dinge nicht besondere Gränzen abgeben, zureichend seyn, nur deren beträchtlichste Krümmungen zu entwerfen, wobey man

denn

denn vieles nach dem Augenmaaße, oder durch blosses Abschreiten der Abscissen und Ordinaten, in Rücksicht einer zu deren Bestimmung gezogenen Abscissenlinie, verzeichnen mag. Vorzüglich bemerke man die Punkte, z. E. 2, 8, 9, wo der Fußsteig in wirkliche Gränzlinien einschneidet.

Wo man solchergestalt hin und wieder sich der Schritte bedient, da wird es bequem seyn, auf dem Meßtische zween Maasstäbe zu haben, einen, um die Ruthen selbst, und dann einen andern, die gefundenen Schritte in gehörigem Ruthenmaaße darzustellen.

Hieben muß man nun wissen, wie viel Schritte z. E. auf 5 Ruthen gehen. Gesetzt 30 Schritte betrügen 5 Ruthen.

Man theile also 5 Ruthen des verjüngten Maasstabes in 30 gleiche Theile, so hat man die einzelne Schritte.

Ueber die Eigenschaften der Verbindungslinien, das Auftragen und Zusammenhängen der einzelnen Platten.

§. 246. Damit verschiedene Entwürfe, die man nach und nach auf einzelnen Ueberzügen des Meßtisches bekömmt, ihre erforderliche Genauigkeit erhalten, und auch nachher

her in eine richtige Verbindung gebracht werden können, so sind dabey einige Vorsichten zu beobachten.

I. Müssen zu Verbindungspunkten, dergleichen k, n, im vorhergehenden §. waren, immer solche gewählet werden, die auf dem Felde mit vorzüglicher Genauigkeit und Schärfe bestimmt worden sind.

Es würde nicht rathsam seyn, solche dazu zu nehmen, zu deren Bestimmung man sich etwa der Magnetnadel bedient hätte.

Am sichersten ist es, wenn k, n, unmittelbar aus der Standlinie a h oder einer andern schicklichen festgelegt sind.

Solche Punkte, durch Hülfe deren eine Messung fortgesetzt, und demnächst eine Platte mit der nächst vorhergehenden verknüpft wird, trage man von der zuletzt vollgezeichneten Platte auf den frisch überzogenen Meßtisch an einen schicklichen Ort (z. E. k n von der ersten Platte Fig. II. Nro 1. an die Stelle $\varkappa \nu$ der zwoten Nro 2.), oder man lege auch die vollgearbeitete Platte Nro 1. auf den neuen Ueberzug des Meßtisches Nro 2. und steche die Punkte k, n, vermittelst einer Kopiernadel durch; so kan man alsdann von $\varkappa \nu = k n$ die Messung auf der zwoten Platte anfangen und fortsetzen, so wie auch hernach, vermittelst

telst dieser durchgestochenen Punkte, beyde Entwürfe Nro 1. und 2. richtig an einander hängen.

II. Müssen die gebrauchten Verbindungslinien, wie kn Fig. I. eine schickliche Lage gegen diejenigen Linien haben, längst denen man auf der zwoten Platte zu arbeiten anfängt, d. h. kn muß mit ihnen nicht zu stumpfe oder spitzige Winkel machen.

Gesetzt, man wollte die Messung der drey Stücke D, E, F, von k längst ky anfangen, so würde es besser und schicklicher seyn, den Meßtisch bey k längst der Verbindungslinie, wie kn, als z. E. längst hk, zurück zu richten, also k, h, zu Verbindungspunkten anzunehmen. Denn 1) liegen hier k, n, im gemeinschaftlichen Umfange der zu vermessenden Stücke khaibcn; n3kyxn, welches Bequemlichkeiten am Schlusse der Figur hat, und schicklicher den Ort auszuwählen verstattet, wo man kn von der ersten Platte auf den frisch überzogenen Meßtisch hinzutragen hat, damit nichts von dem Stücke n3kyxn beym Fortgang der Messung ausserhalb des Tisches falle. 2) hat kh wegen des gar zu stumpfen Winkels hky keine schickliche Lage gegen ky, längst der man die Arbeit auf der folgenden Platte anfängt, und es mögte daher auch von kh keiae recht bequeme

und

und genaue Verbindung beyder Entwürfe khaibcn, n3kyxn zu erwarten seyn.

III. Müssen die Verbindungslinien so lang als möglich seyn, oder wenigstens muß man durch die abgetragenen Verbindungspunkte $\varkappa$, ν, über den ganzen Meßtisch eine gerade Linie ziehen, um hernach beym Einrichten desselben eine gute und lange Anlage des Diopterlineals zu erhalten.

Man thut am besten, wenn man auf dem frischen Ueberzuge des Meßtisches erstlich eine gerade Linie $\alpha\beta$ ziehet, und darauf $\varkappa\nu = kn$ abträgt.

IV. Wenn ein Meßtisch vollgearbeitet ist, so halte ich es immer für das beste, den Ueberzug ganz herunter zu nehmen, und einen frischen Bogen aufzuspannen.

V. Penther (Praktische Geometrie §. 471.) verfährt anders: Verschiedene schon an einander geleimte Bogen werden über einander gelegt, und durch Schraubstöckgen auf den Meßtisch befestigt. Ist nun ein Bogen voll gearbeitet, so wird er umgebogen, damit nun der zunächst daran geleimte oben auf den Meßtisch zu liegen komme. — Alles wird alsdann wieder durch die Schraubstöckgen angezogen. Auf diesem zweiten Bogen wird nun die Messung fortgesetzt, wobey aber zu mer-

merken ist, daß der erste vollgearbeitete Bogen nicht ganz untergeschlagen, sondern der Bug so getroffen werden muß, daß von der erstern Arbeit noch etwas sichtbar bleibe, wovon man wieder anfangen, und die Messung fortsetzen kan.

VI. Gegen dieses Verfahren ist aber manches zu erinnern: 1) liegt schon das Papier nicht fest auf, weil man es nur durch Schraubstöckgen anziehet und befestiget, und wird daher durch die geringste feuchte Luft ausgedehnt und schlaff gemacht. 3) Verunziert das mannichfaltige Umbiegen die einzelnen Entwürfe, und schadet ihrer Richtigkeit. 3) Ist das an einander leimen mehrerer Bogen aus der Ursache überflüssig, weil man doch gewöhnlich die einzelnen Entwürfe zu Hause wieder ins Reine bringen muß.

VII. Eine Ersparung der Zeit scheint das freylich zu seyn, daß man nicht, wie beym gewöhnlichen Ueberziehen des Meßtisches nöthig hat, auf das Abtrocknen des angefeuchteten Papieres zu warten. Allein dem wäre leicht abgeholfen, wenn man zwey überzogene Reisbretter, als Meßtische, mit sich führte, damit, wenn das erste vollgearbeitet wäre, man sogleich das zweite auf das Stativ setzen, und darauf die Messung fortsetzen könnte, während dessen alsdann von einem

Gehülfen wieder das erste Reisbrett überzogen würde u. s. w. Sind die Reisbretter mit keinen Rahmen versehen, in die man das Papier spannet, so muß man einen guten Mundleim mit sich führen, womit man das Papier an den Rand des Meßtisches anklebt.

VIII. Wenn alle einzelne Entwürfe oder Platten zu Hause aufgetragen, ins Reine gebracht, und mit einander verbunden werden sollen, so kan es geschehen, daß der gröste Regalbogen sie nicht alle fassen würde. — In diesem Falle muß man mehrere Bogen vorher auf Leinwand leimen, wobey denn Penther auf folgende Art verfährt:

Man lasse ein recht glatt gehobeltes Brett von Linden- oder anderm weichen Holze mit Leisten einfassen, damit es sich nicht werfe, und von einer solchen Grösse verfertigen, daß alle einzelne Platten, gehörig an einander gefügt, nicht nur vollkommen Raum darauf haben, sondern das Brett selbst noch wenigstens einen halben Schuh an allen 4 Seiten über sie hinaus reicht. Dieses Brett überziehe man mit einer dichten Leinewand, die ohne Knoten ist, und in Ermangelung zureichender Grösse, aus mehreren Stücken zart zusammengenähet seyn muß. Man bedienet sich blos eines gewöhnlichen Buchbinderkleisters,

sters, womit man den Rand der Leinewand ohngefähr ein Paar Zoll breit bestreichet, und sie auf das Brett klebet, auch sie dabey so viel als möglich anziehet. So bald der Kleister trocken geworden ist, beschneide man einige Bogen des grösten holländischen Papiers an ihrem Rande, bekleistere sie ganz auf der einen Seite, und lege sie mit dieser Seite auf die gleichfalls mit Kleister überzogene Leinwand, so, daß jedes Blatt Papier das neben daran liegende ohngefähr eines Strohhalms breit bedeckt, ziehe hierauf das Papier allerwärts aus einander, so viel sich thun läst, drücke es mit einem zarten Tuche an, nnd vertreibe die runzlichen Stellen durch gelindes Reiben auf einem andern trockenen darauf gelegten Papiere, bis der Ueberzug vollkommen trocken ist. Glätte ihn endlich mit einem Falzbeine, dergleichen die Buchbinder haben, so wird er wie ein sauberes Pergament aussehen, und zum Auftragen der einzelnen Entwürfe zubereitet seyn.

IX. Das Auftragen und Zusammenhängen der einzelnen Platten, auf dieser mit Papier überzogenen Leinewand geschiehet nun am kürzesten und besten auf folgende Art.

Erstlich lege man die erste Platte Nro 1. Fig. II. auf die überzogene Leinwand, steche die merkwürdigsten Punkte des Entwurfs mit

einer feinen Kopiernadel durch und zeichne ihn hierauf mit Bleystift ins Reine. An diesen durchgestochenen Entwurf lege man die zwote daran zu liegen kommende Platte Nro 2. dergestalt, daß die Verbindungslinien oder Punkte, z. E. ν, κ, wodurch beyde Entwürfe, ihrer Lage auf dem Felde gemäß, an einander gefügt werden sollen, gerade über dieselben Punkte n, k, des bereits durchgestochenen erstern Entwurfs zu liegen kommen, schlage durch die über einander gelegten Punkte ν, n; κ, k, wie auch durch einige andere, zarte Stecknadeln ein, damit die abzukopirende zwote Platte, neben der bereits ins Reine gebrachten erstern in unverrückter Lage erhalten werde, steche nun vermittelst der Kopiernadel abermals die merkwürdigsten Punkte der zwoten Platte durch, und hänge sie wieder sowohl unter sich, als auch mit der Zeichnung der ersten Platte durch Bleystiftlinien bis zu weiterer Bearbeitung zusammen.

X. Während des Durchstechens selbst muß man die etwanigen kleinen Beulen auf dem abzukopirenden Blatte, durch einen gelinden Druck oder Zug eben machen, und hernach beym Zusammenziehen der durchgestochenen Punkte immer auf das Original selbst sein Augenmerk richten, damit die vielen Punkte keine Irrung verursachen, und indem man

etwa

etwa einen für den andern hielte, unrichtig zusammen gehängt werden. Durch einige Uebung wird man es hierinn bald zu einer Fertigkeit bringen.

Sollten einige Punkte vergessen worden seyn, so muß man sie durch Durchschnitte zweener Kreisbogen aus bereits durchgestochenen Punkten bestimmen.

XI. Manche Feldmesser verfahren, um Messungen fortzusetzen und nachher an einander zu hängen, auf eine etwas andere Art als bisher gezeigt worden. Anstatt nemlich einige Punkte von einem bereits vollgearbeiteten Meßtisch auf den nächst folgenden zu tragen, um von da die Messung wieder anfangen zu können §. 245. XVI., ziehen sie von einigen Ständen der erstern Platte gleich Visirlinien nach solchen Punkten, die man erst auf dem zweiten Ueberzuge des Meßtisches bekommen würde, und verlängern sie, um nachher eine bessere Anlage des Lineals zu erhalten über den ganzen Meßtisch. — Weil sich aber diese Visirlinien auf dem ersten Ueberzuge des Meßtisches nicht schneiden, und die entsprechenden Punkte bestimmen, so leimet man, nachdem die erste Platte vollgearbeitet und von dem Meßtische herunter genommen worden ist, ein Blatt Papier von der Grösse des Meßtisches an sie, verlängert hierauf die

erwähnten Visirlinien, bis sie sich auf dem angeleimten Blatt Papiere durchschneiden, und bedienet sich der dadurch festgelegten Punkte zur Fortsetzung der Messung und zur Verbindung der zwoten Platte mit der ersten. — Man steche nemlich die auf dem angeleimten Papiere gefundenen Durchschnittspunkte zusammen gehöriger Visirlinien auf den folgenden Ueberzug des Meßtisches durch, und fange von diesen Punkten die Messung an. Wenn der Meßtisch wieder vollgearbeitet ist, so nimmt man die Zeichnung herunter, legt sie wieder anf das erwähnte Blatt Papier, so daß die vorhin durchgestochenen Punkte nunmehr als Verbindungspunkte wieder über einander liegen, und kopieret nun vermittelst einer Nadel das, was man auf dem zweyten Ueberzug des Meßtisches erhalten hatte. — Und so sind nun beyde Platten in richtiger Verbindung neben einander. Auf ein ähnliche Art wird mit dem folgenden verfahren.

Andere Feldmesser bedienen sich noch anderer Methoden, die Messungen mit einander zu verbinden, und man kan umständlicher das darüber nachlesen, was Herr Hogrewe (Landesvermess. IX. Abschn.) davon gesagt hat.

Ich muß aber gestehen, daß ich es immer für rathsamer halte, zu Verbindungspunk-

punkten einer folgenden Platte mit einer vorhergehenden lieber solche zu wählen, die man schon unmittelbar auf der vorhergehenden erhalten hat, als solche, die man erst auf einem Blatt Papiere erhält, das man an die vorhergehende Platte klebt. Letzteres scheinet mir oft Unbequemlichkeiten zu haben, selbst ungleich mehrere Irrthümer zu veranlassen.

XII. Das Kopieren übrigens mit einer zarten Nadel zu bewerkstelligen, ist ohnstreitig die beste Art, die sich gedenken läst. Wollte man z. E. einen Entwurf auf einem Meßtische durch Dreyecke abkopieren, so wäre dieses uicht nur äuserst mühsam und langweilig, sondern die dabey zu ziehenden Kreisbogen machen den Riß unsauber, und veranlassen mancherley Arten von Unrichtigkeiten, gewiß grössere, als solche, die man beym Gebrauche der Kopiernadel etwa daher befürchten mögte, daß das obere Blatt Papier über dem untern nicht recht genau und scharf angezogen läge, oder man die Kopiernadel nicht recht senkrecht einsetzte u. dgl. Bey gehöriger Vorsichtigkeit darf man von einer zarten Kopiernadel gewiß alle erforderliche Genauigkeit erwarten, und eine Verrückung der abzukopirenden Platte ist übrigens nicht zu befürchten, wenn sie an mehreren schicklichen Oertern mit senkrecht eingeschlagenen Stecknadeln befestigt wird.

XIII. Die Platten selbst, verwahrt und trägt man auf dem Felde am besten in einer sogenannten Portefeuille. — Das Aufrollen derselben ist ihrem nachherigen Kopieren nachtheilig.

Von Vermessung der Felder und Aecker.

§. 247. I. Hiebey kan man in der Hauptsache so verfahren, wie vorhin bey Wiesenstücken umständlich gezeigt worden. Nur muß ich in Absicht des Ganges, den man bey der Messung zu befolgen trachten muß, noch einige Erinnerungen beybringen.

II. Gewöhnlich stossen alle Aecker unmittelbar an Fuhrwege, welches denn Hauptstrassen, oder andere Feldwege seyn können. Die einzelnen Felder selbst sind ferner durch Raine, Scheidewege u. dgl. von einander abgesondert. — Mehrere einzelne Felder, die ohngefähr nach einerley Richtung liegen, wie z. E. die innerhalb des Raumes A. Fig. III. machen eine sogenannte **Verainung**. Um nun eine ganze Flur von Aeckern richtig zu vermessen und alle Verwirrungen zu vermeiden, die die vielen Scheidungen und Gränzlinien einzelner Aecker gar zu leicht veranlassen, so verfährt man am besten auf folgende Art.

III. Man gedenke sich die Art, wie die erwähnten Feldwege, z. E. gcba, ahf, gef, u. dgl. in einander laufen, und wie mehrere derselben immer einen gewissen Theil der Flur in sich einschliesen. Innerhalb eines solchen Theiles liegen eine oder mehrere Verainungen A, B, C, D, und jede Verainung ist wieder durch Scheidungslinien in einzelne Aecker getheilt.

IV. Da ist es nun, wenn es angehet, sehr bequem, eine ganze Flur nach solchen Theilen zu vermessen, wie sie sich unmittelbar auf dem Felde durch den Zusammenlauf der nach verschiedenen Richtungen gehenden Feldwege, oder anderer kennbarer Gränzen, bilden. Z. E. dgbafed, defkild u. dgl.

V. Entweder gehet nun ein solches gleichsam durch natürliche Gränzen eingefastes Stück der ganzen Flur, wie dgbafed ganz auf den Meßtisch, oder nicht. Beydes läst sich ohngefähr nach dem Augenmaase oder nach (§. 245. IX.) beurtheilen. Gesetzt, der Theil dgbafd der Flur gehe ganz auf den Meßtisch.

In diesem Falle umgehe man die ganze Figur dgbafed und bringe erst ihren Umfang zu Papier, ehe man die in sie fallenden einzelnen Aecker hinein zeichnet.

Während dieser Arbeit kan man durch Abscissen nnd Ordinaten zugleich anmerken, wo theils die Gränzlinien ganzer Verainungen, theils auch die einzelnen Scheidungslinien der Aecker, z. E. bey o, 1, 2, 3, u. s. w. in den Umfang b g b a f e d eintreffen.

Auch den in die Figur hineinlaufenden Weg e g würde man hier erst zu verzeichnen haben, ehe man an die einzelnen Aecker schreitet, weil an e g Gränzlinien einzelner Felder anstossen. Längst e g könnte man zugleich die Punkte O. I. II. III. u. s. w. auf dem Meßtische andeuten, wo diese Scheidungslinien an e g anstossen.

Nachdem nun der ganze Umfang d g b a f e d entworfen, und alle Scheidungspunkte der einzelnen Verainungen und Aecker darauf angemerket worden sind, so sucht man die Punkte innerhalb der Figur zu bestimmen, wo mehrere einzelne Verainungen an einander stossen. Hier ist z. E. y ein solcher Punkt. Die Bestimmung seiner Lage ist nothwendig, um die Verainungsgränzen z. E. h y ziehen zu können.

VI. Ehe man nun alle einzelnen Aecker zeichnet, so müssen vorher die Verainungen richtig bestimmt seyn. Sind deren Gränzen lauter gerade Linien, so ist die meiste Arbeit geschehen, wenn ausser den Punkten wie y

inner-

innerhalb der Figur, auch die Punkte, wie o, 3, O, III, h, wo die Verainungslinien in den Umfang der Figur eintreffen, richtig angegeben worden sind. Man darf alsdenn nur zusammengehörige Punkte, wie 3 und III; o, O; h, y, durch gerade Linien zusammenhängen, um die Verainnngen A, B, C, D, zu erhalten.

Natürlich wird man, da man längst des Umfanges arbeitete, auf dem Risse, bey o, 3; O, *III*; angemerkt haben, daß daselbst Verainungsgränzen von A anstossen, so daß es demnächst keine Schwierigkeiten haben wird, auf dem Meßtische zu wissen, welches zusammengehörige Punkte sind.

VII. Sind die Gränzen wie 3 III, oder h y nicht gerade, sondern, wie fast meistens der Fall ist, etwas gebogen, so muß man ihre Krümmung durch Abscissen und Ordinateu bestimmen. Man misset in gerader Linie von h nach y, und bemerkt, wo die Krümmungen zwischen h und y am meisten von der Kette abweichen. Dabey könnte man hier zugleich die Puukte bestimmen, wo die Scheidungslinien der Aecker innerhalb der Verainung C, an h y anstossen.

Wenn endlich alle Verainungen mit möglichster Genauigkeit gezeichnet worden, so

schrei-

schreitet man an die innerhalb ihnen befindlichen einzelnen Felder.

VIII. Um diese richtig zu bestimmen, so setze ich zum Voraus, daß man auf dem Meßtische, zwischen jedem Paare nächst auf einander folgender Gränzpunkte, z. E. zwischen o und 1, zwischen 1 und 2 u. s. w. einen Buchstaben gesetzt hat, der sich auf den Namen desjenigen beziehet, dem der dazwischen liegende Acker gehöret; wenn eben so etwas zwischen O und I, zwischen I. und II; u. s. w. geschehen ist, so wird es demnächst leicht seyn, auf dem Meßtische die zusammengehörigen Punkte O, o; I, 1; II, 2; u. s. w. aufzusuchen, und die dazwischen liegenden Scheidungslinien der einzelnen Felder vollends auszuziehen. Gesetzt auf dem Meßtische fände man zwischen 1 und 2 den Buchstaben M, und eben so zwischen I. und II, so siehet man leicht, daß zwischen den Scheidungslinien 1 I, 2 II, der Acker liegen werde, dessen Besitzer M ist. Und so können in einer jeden Verainung, ohne die geringste Gefahr sich zu verwirren, die einzelnen Felder ausgezeichnet werden.

IX. Es ist klar, daß man solchergestalt, während der ganzen Arbeit ein Manual mit sich führen muß, wo neben den der Kürze halber gebrauchten Buchstaben, wie M (VIII) der

der ganze Tauf- und Zuname des Besitzers aufgeschrieben ist. Daß der Besitzer selbst oder sonst ein in der Flur kundiger Mann, zugegen seyn muß, welcher die Gränzpunkte eines jeden Ackers genau angiebt, verstehet sich von selbst.

Sind die einzelnen Scheidungslinien der Aecker auch gebogen, so verfährt man wie in (III).

X. Wenn man auf solche Art erst die Hauptfigur d g b f d, dann die in sie fallenden besondern Verainungen A, B, C, D, und endlich die innerhalb jeder Verainung liegenden Felder entwirft, so hat die Vermessung der Aecker einen bestimmten und sichern Gang, der immer von grössern Theilen auf kleinere fortführt, und bey dem man nicht die geringste Gefahr leidet, durch die Menge der Scheidungslinien irre zu werden.

XI. Wollte man die Sache umkehren, und nach der Ordnung jeden einzelnen Acker verzeichnen, aus diesen die Verainungen und aus diesen endlich ein beträchtliches Stück d g b f d einer Flur zusammen setzen, so würde dieses nicht allein eine weitläuftige Flickerey seyn, die zu unzähligen Verwirrungen Gelegenheit gäbe, sondern die Richtigkeit selbst würde darunter leiden, weil die Fehler, die bey jedem einzelnen Stücke begangen

gen würden, sich bey deren Zusammensetzung so häufen könnten, daß die ganze Figur dgbfd auf dem Meßtische von der auf dem Felde sehr merklich abweichen würde, so wie eine gerade Linie, deren Länge gegeben ist, nie vollkommen diese Länge erhält, wenn man sie theilweise messen und auftragen, oder aus mehreren kleinen Stücken zusammen setzen wollte.

XII. Wie bey dem Stücke dgbfg bisher verfahren worden, so kan es bey einem jedem andern, wie defkid, dessen Gränzen gleichfalls wie bey dem erstern beschaffen sind (v), auch geschehen, und beyde können alsdenn durch geschickte Verbindungslinien an einander gehängt werden. Und so kan man nach und nach eine beträchtliche Flur von Feldern, aus solchen Stücken, wie wir sie bisher angenommen habeu, zusammen setzen.

XIII. Zur Erläuterung finde ich aber nöthig, noch folgendes beyzubringen:

Ob man zwar bey der Vermessung des ersten Stücks dgbafed schon einen Theil, z. E. def, von dem Umfange des daran gränzenden Stücks defkid, mit auf der ersten Platte bekommen hat, und es also nicht erforderlich ist, bey dem daran gränzenden Stücke defkid, den Theil seines Umfanges def, noch einmal zu vermessen,

son-

sondern man nur gleich bey d oder f, längst dl oder fk zu arbeiten anfangen kan, so wird es doch, weil hier längst de Ackergränzen bey v, w, x, z, u. s. w. anstossen, erforderlich seyn, die den beyden Stücken dgbfd; defkid; gemeinschaftliche Gränze def, nebst den darauf bemerkten Punkten v, w, x, u. s. w. von der ersten Platte, auch wieder mit auf die zwote zu kopieren, damit wenn man nachher auf der zwoten Platte längst lni die Punkte t, r, l, u. s. w. entworfen hat, die völligen Ackergränzen vr, wt, xq, u. s. w. ausgezogen werden können. Es ist also, um längst der gemeinschaftlichen Gränze def zweyer Stücke dgbfd, defkid, nicht zweymal arbeiten zu dürfen, nöthig, nicht nur die zum ersten Stück gehörigen Ackergränzen darauf anzumerken, sondern auch diejenigen, wie v, w, x, u. s. w. welche zum folgenden Stücke gehören, zugleich mit anzugeben, welche denn allemal ausser den Hauptverbindungspunkten beyder Platten, von der ersten Platte auch mit auf die zwote durchgestochen werden.

Eben so etwas ist auch bey Vermessung der Wiesenstückenstücke im vorhergehenden §. zu bewerkstelligen.

XIV. Es wird nicht leicht eine Flur, die einem Dorfe oder einer Stadt zugehört, vorkommen, die sich nicht in Stücke von der

bisherigen Beschaffenheit (III. IV.) zertheilen liesse. — Denn Wege, oder andere kennbare natürliche Gränzen laufen immer genug durch eine Flur, wodurch sie von selbst in solche Stücke zerfällt, innerhalb deren eine beträchtliche Menge von einzelnen Aeckern enthalten ist, die man solchergestalt bequem entwerfen kan. Und da bey Vermessung ganzer Fluren, eine Ruthe des verjüngten Maasstabes selten grösser als den 8ten Theil eines Zolles genommen wird, so werden nicht leicht solche Stücke, wie d g b f d, vorkommen, die nicht zulänglich auf den Raum des Meßtisches passeten.

Wenn auch ein solches Stück nicht ganz darauf gienge, so wird man doch wenigstens einzelne Verainungen desselben darauf bringen können. Nur muß man niemals bey einzelnen Aeckern abbrechen, weil sonst leicht Verwirrung entstehet, wenn mehrere solche Platten an einander zu hängen sind.

Natürlich wird ein Feldmesser immer die Stücke, die von natürlichen Gränzen eingeschlossen sind, so groß nehmen, als es die Umstände und der Raum des Meßtisches verstatten, gienge daher z. E. d e f k i l d ganz auf den Meßtisch, so würde es unnöthig seyn, solches nach den beyden Theilen, in die es der Weg m n zerlegte, zu vermessen,

oder

oder das Stück defkild auf zwo Platten zu bringen.

XV. Gemeiniglich sind solche Stücke, wie dcafed, die sich auf dem Felde durch natürliche Gränzen, und vorzüglich durch den Zusammenlauf der Strassen und Feldwege, bilden, immer schon so beträchtlich, daß mehrere derselben unmittelbar an einander gehängt werden können, ohne befürchten zu dürfen, daß eine Flur, die man nach solchen Stücken theilweise vermässe, und nach (§. 246) zusammensetzte, sehr unrichtig ausfiele. Indessen wollte ich aber doch nicht rathen, in dem Falle, da viele solche Stücke in Verbindung zu bringen wären, die Verknüpfungslinien so anzunehmen, daß die Fehler, die bey einem Stücke begangen worden wären, sich auf das nächstfolgende fortpflanzen könnten. — Lezteres wird immer unvermeidlich seyn, wenn man eine Linie, die sich auf einer gewissen vollgearbeiteten Platte befindet, wieder auf die nächstfolgende trägt, und von ihr die Messung fortsetzt, wie es §. 246. vorgeschrieben ist. Bestehet eine Flur nicht aus vielen Platten, so mag es immer auf diese Art bewerkstelliget werden. — Da aber oft eine Flur aus 20 und mehreren Platten zusammengesetzt werden muß, da es ferner auch nicht einmal immer die Umstände erlauben, eine Platte da wieder anzufangen, wo die nächst vorher-

gehende aufgehört hat, und man folglich in einer Messung nicht immer einen beständigen Faden verfolgen kan, so muß man nothwendig auf Mittel denken, nicht nur solche Fälle bewerkstelligen zu können, sondern auch die Fehler, die aus dem Zusamhängen vieler Platten zu befürchten wären, auf alle mögliche Art zu vermindern. Hievon werde ich aber in der Folge etwas umständlicher handeln. Bisher habe ich nur gezeigt, wie man einzelne Stücke einer Flur, z. E. Wiesen- und Aeckerstücke, die nicht so groß sind, daß sie viele Platten erforderten, entwerfen und mit einander verknüpfen könne.

XVI. Herr **Helfenzrieder** im X. Kapitel seiner Geodäsie thut den Vorschlag, man solle die zu vermessende Flur durch abgesteckte Parallellinien in mehrere Parallelogrammen zerlegen, und das, was in jedes Parallelogramm von Aeckern, Wiesen u. dgl. fällt, zu Papiere bringen. Allein bey Vermessungen der Aecker und Felder, wo so viele Gränzen und Scheidungslinien vorkommen, halte ich es immer für besser, die Flur theilweise nach solchen Stücken zu entwerfen, deren Umrisse schon auf dem Felde vorhanden sind, und die Natur gleichsam selbst vorgezeichnet hat. Die künstliche Zerlegung in Parallelogramme ist nicht allein wegen der hiebey vorzunehmenden geschickten Anordnung, Wahl, und

Abste-

Absteckung der Parallellinien mühsam, sondern erfordert selbst viel Aufmerksamkeit, da man auch die Durchschnitte der Seiten dieser Parallelogramme mit den Scheidungslinien der Aecker anmerken muß, welches besonders an den Winkelpunkten dieser Parallelogramme manche Verwirrung giebt, wenn solche nachher zusammen gehängt werden sollen. Die Erfahrung wird jeden selbst davon belehren.

Anmerkung.

§. 248. Bey Vermessungen der Aecker und Felder muß man übrigens nicht vergessen, die Breiten der einzelnen Raine, wodurch die Aecker an manchen Orten von einander unterschieden werden, wie auch die Breiten der durch die Flur laufenden Wege, Gränzen u. dgl. anzumerken, und ihre Gestalt, so gut es geschehen kan, zu verzeichnen. Oft sind die Raine so beträchtlich, daß mehrere Wagen neben einander fahren können, welches ein Misbrauch ist, dem man wohl abhelfen könnte, und der oft zu einer unerlaubten Erweiterung der daran stossenden Ackergränzen Anlaß giebt.

Aecker, die långst einer Anhöhe liegen, machen in der bisherigen Auflösung keine Schwierigkeit, wenn man nur immer den Meßtisch gehörig horizontal stellet, und die

Meßkette horizontal ausspannet. Letzteres gehet zwar, wenn der Abhang beträchtlich ist, nicht bequem von statten. In diesem Falle spanne man die Kette nur gerade auf den Boden aus, und vermindere die längst ihr genommenen einzelnen Abscissen, z. E. b1, b2, b3, u. s. w. (Fig. III.) in der Verhältnis, die die ganze Kettenlänge bc zum Horizontalabstande ihrer äusersten Punkte hat. Letzteren findet man etwa durch den nach dem Augenmaase geschätzten Elevationswinkel der Anhöhe. Die Ordinaten lassen sich eher auf einer horizontal angespannten Schnur messen.

Vermessung der Wälder.

§. 249. I. Diese muß man meistens aus der Peripherie entwerfen, wobey man denn, um die unmittelbare Messung mancher Umfangslinien zu ersparen, einige an mehreren Ecken des Umfangs zu sehende Richtpunkte vorher bestimmen, und dann nach der Aufgabe des 229 §es verfahren kan. Solche Richtpunkte lassen sich in dem Falle, da Wälder an Wiesen, Aecker, oder andere freye Aussichten stossen, ohne Schwierigkeit auswählen, und aus einer Standlinie festlegen.

II. Die in den Wald laufenden Wege müssen alsdenn nach geschehener Messung des

des Umfangs noch besonders visirt und zu Papiere gebracht werden, wobey man schon während der Arbeit längst der Peripherie, die Punkte bemerket haben kan, wo Wege in den Wald hineinlaufen. An diese Stellen müssen Pfäle mit daran geschriebenen Nummern, die man auch auf dem Meßtische gehörig angemerkt, eingeschlagen worden seyn, um sie desto leichter nach geschehener Entwerfung des Umfangs, wieder zu finden, und von da die Messung in das Innere des Waldes anfangen zu können. Hiebey kan man sich oft mit Vortheil der Schritte bedienen. — Längst den Umfangslinien wird es selten nöthig seyn, Ordinaten zu messen, weil die Krümmungen und wahren Gränzen des Umfangs bey Wäldern meistens sehr unbestimmt sind.

III. Uebrigens wird es Vortheile haben, wenn man die Grundlegung der Wälder zu einer Zeit vornehmen kan, da die Bäume ihres Laubes beraubt sind, und folglich das Visiren nicht so sehr unterbrechen. Auch müssen die Stäbe, die man hin und wieder zum Abstecken braucht, mit einem Strohwische oder einer Fahne versehen werden, um sie in dem Walde desto besser wahrnehmen zu können, und sie nicht mit Stämmchen von Bäumen zu verwechseln.

Gränzen, die in den Wald laufen, müssen durch Forstbediente angewiesen, und dann auch in den Riß eingetragen werden.

IV. **Anmerkung.** Es eräugnet sich, sowohl bey der Entwerfung eines Waldes, als auch bey andern Messungen unterweilen der Fall, daß man wegen der Unzugänglichkeit des Platzes, nicht nahe genug an dem Umfange desselben, Stände annehmen kan, wie wenn z. E. a b c d ꝛc. ꝛc. (Fig. III. *) eine solche unzugängliche Gränze, eines zu vermessenden Platzes wäre, für den man sich genöthiget sähe, Standpunkte A, B, C, D, ꝛc. ꝛc. ziemlich entfernt von dem Umfange a b c d e anzunehmen.

In diesem Falle könnte man zwar versuchen nach (§. 231.), die Punkte a, b, c, d, aus den angenommenen Ständen A, B, ꝛc. ꝛc. festzulegen. — Weil aber besonders beym Gebrauch des Meßtisches, die abgesteckte Reihe von Standlinien A B C D ꝛc. ꝛc. zugleich auch mit auf den Meßtisch kommen muß, wenn man die richtige Lage des Umfanges a b c d e durch Intersectionen aus den Standpunkten bestimmen will, und hierzu oft der Raum des Meßtisches nicht zureichen mögte, so ist man genöthigt, das Astrolabium zu Hülfe zu nehmen, und den Auftrag zu Hause vorzunehmen.

Um

Um aber dabey zugleich das Messen aller Standlinien B C, C D u. s. w. zu ersparen, welches immer nach Verhältnis der Umstände schwierig und mühsam seyn könnte, so gedenke man sich die Reihe von Standlinien durch an einander hängende Dreyecke, wie A B C, B C D 2c. 2c. verknüpft. Es wird leicht seyn die Standpunkte so zu wählen, daß die erwähnten Dreyecke weder zu spitzige, noch zu stumpfe Winkel bekommen.

A B sey nun eine unmittelbar gemessene Standlinie.

In einem jeden Dreyecke messe man alle Winkel, und leite daraus trigonometrisch die Entfernungen B C, C D u. s. w. her.

Nemlich in dem Dreyecke A B C findet man aus A B und den Winkeln an ihr, die Weite B C, und so aus B C ferner in dem Dreyecke B C D die Entfernung C D u. s. w.

Auch lassen sich A C, B D, berechnen, und so hat man alle Seiten der Dreyecke, wodurch man sie zu Hause auftragen, und die Lage der Standlinien A B, B C 2c. 2c. gehöriger maassen entwerfen kan.

Hat man übrigens auch die Winkel gemessen, welche die einer jeden Standlinie z. E. A B gegenüber liegende Winkelpunkte a, b, c,

an ihr machen, so läßt sich daraus nach (§. 183.) die richtige Lage der erwähnten Punkte, gegen A B, durch die trigonometrische Berechnung der Weiten Aa, Ba; Ab, Bb; 2c. 2c. und deren Auftragung herleiten.

Das eben gewiesene Verfahren empfiehlt Hr Auer in einer Abhandlung über die geometrische Aufgabe einen unzugänglichen und undurchsichtigen Wald oder Morast auf die beste Weise auszumessen 2c. 2c. welche von der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig 1766. der Fürstlich Jablonowskische Preis zuerkannt worden, (Danzig, bey Daniel Wedel 1770).

Ich habe mich, ehe ich diese Schrift gelesen hatte, dieses Verfahrens auch schon bedient, obgleich eben nicht bey der Ausmessung eines Waldes.

Vermessung der bergigten Gegenden.

§. 250. I. Die Grundlegung der Berge ist eine der schwersten und mühsamsten, weil sie theils oft in besondern Wendungen fortlaufen, und mancherley Gründe und Vorsprünge bilden, theils die Wahl brauchbarer Richt- und Standpunkte, besonders wenn sie mit Waldungen besetzt sind, sehr erschweren.

II. Man

II. Man wähle indessen die Standpunkte so, daß man an ihnen so viele Krümmen und Wendungspunkte des Berges, als möglich ist, übersehen kan. Man bestimme diese Krümmungen durch Durchschnitte, aus den angenommenen Ständen; besonders suche man auch auf eben die Art die hin- und wieder hervorragenden Kuppen und grösten Erhöhungen der bergigten Gegend festzulegen. — Diese dienen hernach als vortheilhafte Richtpunkte, durch Hülfe deren sich solche Wendungen des Berges, aus denen man die erwähnten Punkte sehen kan, bequem vermittelst des Gebrauchs der Magnetnadel nach (§. 233.) festlegen lassen.

Jeden kleinen Vorsprung verlangt man nicht. — Nur die vorzüglichsten Wendungen werden gewöhnlich angegeben, und diese reichen immer zu, den ohngefähren Fortlauf der einzelnen Theile eines Gebürges zu verzeichnen. — Vieles kan bey diesem Geschäfte das Augenmaas nützen und vollenden.

III. Nach geschehener Entwerfung der hauptsächlichsten Wendungen eines Gebürgs, und der merkwürdigsten Kuppen desselben, schreitet man an die Vermessung der auf dem Berge befindlichen Aecker, Felder, Waldungen 2c. 2c. und entwirft beträchtliche Stücke derselben nach Gränzen, die ihnen die Na-

tur oder menschliche Verrichtungen gegeben haben (§. 247. III. IV.). Den Anfang eines solchen Stücks muß man aus bereits festgelegten Punkten (I. II.), an denen Pfäle oder andere Signale gleich anfänglich abgesteckt, und stehen geblieben seyn müssen, bestimmen, damit man ihm die gehörige Lage auf dem bereits entworfenen Gerippe oder Hauptrisse der bergigten Gegend (I. II.) geben könne.

IV. Während der Messung der auf dem Berge liegenden Grundstücke wird man alsdann noch allerley kleinere Gründe und Wendungen des Gebürges genauer zu verzeichnen, Gelegenheit haben.

V. Findet man auf Bergen, alte Schlösser oder andere in die ferne sichtbaren Gegenstände, so nütze man ja den Vortheil, den sie als Richtpunkte nach Anleitung des 235 §. es verschaffen.

Entwerfung der Flüsse und Ströme. (Fig. IV.)

§. 251. I. Kan man nahe genug längst den Ufern fortgehen, und messen, so läst sich die Krümmung des Stromes nach der bekannten Art durch Abscissen und Ordinaten verzeichnen.

II. Läst

II. Läßt sich eine bequeme Standlinie annehmen, aus der sich die merklichsten Wendungen eines Flusses bestimmen lassen, so gehet die Arbeit noch geschwinder von statten. — Zum Behuf derselben gehet ein Fahnenträger längst des Stromes fort, bleibt, wo sich eine merkliche Krümmung befindet, mit seiner Fahne einige Zeit stehen, und läßt daselbst ein Zeichenstäbchen mit einer Nummer zurück. Bey A oder am Standorte des Meßtisches werden alsdenn allemal nach jedem Standpunkte des Fahnenträgers Visirlinien gezogen, und nach der Ordnung mit den Zahlen 1, 2, 3, u. s. w. nach welchen auch der Fahnenträger seine Nummern abgesteckt haben muß, bezeichnet.

III. Nachdem der Fahnenträger eine solche Strecke längst den Ufern fortgegangen ist, daß die Visirlinien bey A mit der Standlinie AB anfangen gar zu spitzige Winkel zu machen, so wird ihm ein Zeichen gegeben, stille zu halten, bis man den Meßtisch über B gebracht hat. Alsdann gehet der Fahnenträger wieder, nach der Ordnung der abgesteckten Nummern zurück, und bleibt bey jeder wieder einige Zeit stehen, bis abermals aus B die Visirlinien gezogen, und deren Durchschnitte mit denen aus A gezogenen Visirlinien bestimmt worden sind. — Der Fahnenträger muß aber dafür sorgen, ja

keine

keine Nummer vorüber zu gehen, welches denn bey gehöriger Aufmerksamkeit auf das Einsammlen der Nummern, welches nach eben der Ordnung, nach der sie abgestecket worden sind, rückwärts geschehen muß, keine Schwierigkeit haben wird.

Bey B wird alsdenn zur fernern Aufnahme des Ufers eine neue Standlinie B C abgestecket.

IV. Hat man bey B noch einen Beobachter mit einem Meßtisch, der, während daß der Gehülfe bey A die Visirlinie nach jedem Standpunkte des Fahnenträgers R ziehet, ebenfalls nach dem Fahnenträger visiret, so hat R nicht nöthig, Nummern an seinen gehabten Stationen zurück zu lassen, sondern bey jeder nur so lange zu verweilen, bis bey A und B die Visirlinien gezogen sind.

Diese bey A und B gemeinschaftlich nach jedem Stande des Fahnenträgers gezogenen Visirlinien müssen aber doch mit Zahlen bezeichnet werden, die sich auf den Stand des Fahnenträgers beziehen, damit man nachher wissen kan, welche Visirlinien zusammen gehören. Daher schreiben beyde Gehülfen bey A und B auf die Linien nach dem ersten Stande des Fahnenträgers die Zahl 1, nach dem 2ten Stande die Zahl 2, u. s. w.

Um nun die einzelnen Stationen des Fahnenträgers z. E. R zu bestimmen, so werden die bey B observirten Winkel mit der Standlinie BA z. E. ABR auf den Meßtisch über A, an den Punkt b der verjüngten Standlinie bA getragen, und die Durchschnitte r zusammengehöriger Linien aus A und b bemerkt, welche, nachher zusammengehängt, die Krümmungen des Flusses darstellen.

Das Abtragen der Winkel von dem Meßtische bey B auf den bey A, mag man hier etwa durch gezogene Kreisbogen zwischen den Schenkeln dieser Winkel, und deren Chorden bewerkstelligen.

V. Anstatt eines Meßtisches bey B bedient sich Herr Helfenszrieder in seiner Geodäsie §. 270. eines Astrolabii, womit die Winkel, wie ABR u. s. w. bey B wirklich gemessen, und der Person bey A durch Zurufen vermittelst eines Sprachrohrs, oder wenn es die Entfernung nicht verstattete, durch andere verabredete Zeichen gemacht werden sollen.

Letzteres liesse sich etwa auf folgende Art bewerkstelligen.

Gesetzt, die Person bey B habe den Winkel 43.°. 50' beoachtet.

Um ihn dem Gehülfen bey A kund zu machen, so lasse B zum Beyspiel eine Meßfahne

so

so oft auf dem Boden nieder, als es nach der Ordnung die bey obigem Winkel vorkommenden Ziffern 4, 3, 5, 0, andeuten.

A schreibt alsdenn die einer jeden Ziffer 4, 3, 5, 0, entsprechende und beobachtete Menge von Senkungen der Fahne auf, und giebt jedesmal dem Gehülfen B ein Zeichen, wenn die Ziffer aufgeschrieben und er ihm eine neue andeuten soll.

Um die 0 anzuzeigen, kan B z. E. die Fahne in einen Kreis horizontal herumschwingen.

Hat nun A nach der Ordnung die Ziffern 4350 aufgeschrieben, so wird er leicht beurtheilen, daß sie nichts anders als 43°. 50' bedeuten können.

Wäre der Winkel 3°. 27' gewesen, so muß ihn der Gehülfe bey B durch 0327 andeuten, damit der Winkel nicht mit 32°. 7' verwechselt werde. Sollte 32°. 7' angezeigt werden, so müste es durch die Ziffern 3207 geschehen. Ein Winkel von 123°. 5' müste durch 12305, einer von 40° durch 4000 angezeigt werden, und so wird leicht erhellen, wie in andern Fällen zu verfahren wäre.

Den jedesmal kund gemachten Winkel z. E. ABR trägt A alsdann auf den Meß-

tisch

tisch an den Punkt b der verjüngten Standlinie b A, und bestimmt auf der nach dem Fahnenträger R hingezogenen Visirlinie A p den gehabten Stand desselben r.

Ich weis aber nicht, ob der Gebrauch des Astrolabii bey B und die Anzeige der bey B observirten Winkel nicht mehrere Zeit erfordert, als wenn man bey B die Winkel vielmehr mit dem Meßtische aufnähme. Indessen habe ich doch bey dieser Gelegenheit zeigen wollen, wie man einem in einer gewissen Ferne befindlichen Gehülfen einen gemessenen Winkel bekannt machen könne, welches denn zu andern Absichten unterweilen gebraucht wird.

Herr Helfenszrieder bedient sich dazu eines Verfahrens, das von dem meinigen unterschieden ist, und im a. B. §. 260. selbst weiter nachgelesen werden kan.

VI. Befinden sich längst den Ufern eines Stromes Deiche oder Dämme, a b c Fig. IV. so kan man darauf oft bequeme Standlinien annehmen, die Krümmungen des Stroms zu entwerfen; Natürlich nimmt man sie so gros als möglich.

VII. Wenn von dem Deiche aus, Abzugsgräben m, m, bis an das Ufer gehen, die dem Fortgehen des Fahnenträgers hinderlich sind, so muß der Fahnenträger jemanden mit einem

einem Brette mit sich führen, das man über die Gräben legt, die sich nicht überschreiten lassen.

VIII. Wenn das Vorland zwischen dem Deiche und dem Strome, wie es häufig geschiehet, so weich ist, daß der Fahnenträger nicht im Stande ist längst den Ufern fortzugehen, so muß er suchen auf einem Kahne längst des Ufers hinabzufahren, auszusteigen, wo sich bequeme Standpunkte nehmen lassen, oder mit dem Kahne stille zu halten, und die Fahne in die Höhe zu richten. In diesem Falle wird man das Verfahren (IV.) besonders bequem finden, weil das Zurückfahren mit dem Kahne, und das Abstecken der Nummern, welches sonst nach (III.) geschehen müste, dadurch vermieden wird.

IX. Wenn an den Ufern Gebüsche vorhanden sind, so muß man bey den Hauptkrümmen hohe Stangen mit Strohwischen aufrichten, und das Gebüsch wegräumen so viel sich thun läst.

X. Inseln, Sandbänke, u. d. gl. werden ohngefähr nach dem Augenmaase gezeichnet, wenn ihre gröste Länge v w und Breite x y nebst einigen andern Punkten aus der Standlinie A B oder a b festgelegt worden sind.

XI. Wenn

XI. Wenn längst den Ufern steile und felsigte Anhöhen fortgehen, so kan man vieles nach dem Augenmaase zeichnen, weil sich die Krümmungen des Stromes von der Anhöhe gut übersehen lassen. — In diesem Falle arbeite man längst der Anhöhe fort, als wenn man eine Figur aus der Peripherie aufnehmen wollte, und bestimme die Beugungen des unten fliesenden Stromes, indem man die dahin gehenden Ordinaten, nach dem Augenmaase schäzt. — In solchen Fällen kömmt es ohnehin selten auf eine gar zu grosse Genauigkeit an.

XII. Uebrigens müssen die an den Strömen etwa befindlichen Bühnen, Packwerke, Schleusen, Wehren, Mühlen, Brücken u. d. gl. auch mit in den Riß kommen. — Wer die vorhergehenden Aufgaben schon auf dem Felde ausgeübt hat, dem wird es keine Schwierigkeit machen, auch die Gränze längst des Stromes zu entwerfen, wie weit sich etwa bey Ueberschwemmungen, das Wasser erstrecken mögte, oder die Inundationslinie $\lambda \mu \nu$ zu verzeichnen. — An Nachrichten, die hierzu erforderlich sind, kan es nicht fehlen.

Ausmessung der Gärten.

§. 252. Diese Vermessung wird ganz leicht dadurch bewerkstelligt, daß man erst den Umfang des Gartens, und die Hauptgänge verzeichnet, ehe man die innern Luststücke,

stücke, Fontainen, Lusthäuser, Orangerien, Rasenplätze u. d. gl. aus schicklich angenommenen Ständen, durch Abscissen und Ordinaten, oder auf andere Arten entwirft. Da hiebey meistens sehr viel regulaires vorkömmt, so wird man auf allerley Art die Arbeit zu erleichtern, Gelegenheit finden.

Grundlegung der Städte.

§. 253. I. Städte, welche mit Wällen umgeben sind, können ohne grosse Schwierigkeit aufgenommen werden, wenn man dem Umfange des Walles folgt, und zugleich aus schicklich angenommenen Standlinien, Thürme und andere ansehnliche Gebäude, die demnächst zur Bestimmung der einzelnen Gassen dienlich seyn können, entwirft. Während der Messung längst des Umfanges, kan man auch die Thürme an den Stadtmauern, Thore, Brücken, angränzende Strassen u. d. gl. zu Papiere bringen.

II. Die einzelnen Haupt- und Nebengassen zu entwerfen, muß man bey einem bereits nach (I.) festgelegten Punkte, z. E. einem Kirchthurme, innerhalb der Stadt, den Anfang machen, daselbst den Meßtisch nach einem andern schon festliegenden Punkt einrichten, die von ihm abzusehenden Richtungen der Hauptgassen visiren, sie mit dem Meßtische weiter verfolgen, und die daran

stossenden Nebengassen verzeichnen. Eben so kan man auch aus sichern bereits festgelegten Punkten des Umfanges ausgehen, und längst den Gassen fortarbeiten. Schritte und ein gutes Augenmaas thun bey diesem Geschäfte gute Dienste, so wie denn die Magnetnadel, deren Richtung man gleich beym Anfange (I.) auf dem Meßtische gezogeu haben muß, nachher zur richtigen Stellung des Meßtisches an einem solchen Orte innerhalb der Figur, wo man den Meßtisch nach keinen bereits festgelegten Punkt durchs Zurückvisiren einrichten kan, fast unentbehrlich ist.

III. Jedes einzelne Gebäude wird selten verlangt, wenn man nur die Hauptgebäude und die äusern Gränzlinien der einzelnen Strassen richtig entworfen hat. Unter den Hauptgebäuden werden vorzüglich Rathhäuser, Kirchen, Schulen, Pfarrhäuser, Mühlen, Fabriken, Gefängnisse, Handlungsplätze, u. d. gl. anzumerken seyn. Sollten indessen auch andere einzelne Gebäude verzeichnet werden, so ist die Arbeit nur weitläuftiger, besonders wenn auch die Nebengebäude, Ställe u. d. gl. nebst den dazu gehörigen Gärten, auf den Riß kommen sollen. Im letztern Fall ist man oft genöthigt von den Strassen, Linien durch die Häuser zu ziehen, und die Hintergebäude, Gärten u. d. gl. daran zu legen.

IV. Kan man die Stadt nicht auf einem Walle umgehen, so muß man von aussen aus andern angenommenen Standlinien, die merkwürdigsten innerhalb der Stadt liegenden Objekte zu bestimmen suchen, und dann die innere Aufnahme vornehmen.

V. Bey Vestungen muß man alle Stände, so viel als möglich, auf der Brustwehre nehmen, und zwar vorzüglich auf den Bollwerken, von da aus sich alsdann sowohl die Flanken, Facen, Courtinen u. d. gl. als auch die Aussenwerke, gar leicht in ihrer gehörigen Lage, theils durch Intersectionen aus zween Ständen, theils nach andern Methoden, nebst einer damit verbundenen Kenntnis der Fortification, werden bestimmen lassen. — Am füglichsten kan man auch Standpunkte da nehmen, wo sich die Verlängerungen zwoer oder mehrerer merkwürdigen Linien der Vestung durchschneiden. Die Breiten des Haupt- und Nebenwalles, des Grabens, des Glacis u. s. w. geben sich theils aus bereits festgelegten sowohl innern als äusern Punkten von selbst, theils muß man sie mit einem Maasstabe unmittelbar messen, und nach den Gesetzen, nach welchen eine Vestung zu zeichnen ist, auftragen. Die Anlage der Böschungen kan man leicht auf einem horizontal zu haltenden Stabe, woran ein Loth hängt, messen.

Vermessung eines Dorfs (Fig. V.).

§. 254. I. Hier verfährt man am sichersten, erst alle einzelnen Strassen, die durch das Dorf laufen, zu entwerfen, und dadurch gleichsam erst das Gerippe desselben zu bestimmen, ehe man an die einzelnen Gebäude und Gärten schreitet. Es sey a b c d eine solche Strasse, bey a, wo der Anfang ist, schlage man einen etwas starken Pfahl ein, und eben so in die merklichsten Wendungen der Strasse bey b, c, d, und bringe nun die Punkte a, b, c, d, zu Papiere, indem man mit dem Meßtische längst a b c d arbeitet. Bey e wo sich mit a b c d eine andere Strasse e g h vereinigt, wird gleichfalls ein Pfahl eingeschlagen, und nun die Strasse h g e, unter dem gehörigen Winkel g e c an die erstere a b c d angelegt, u. s. w. bis alle einzelnen Strassen, so wie es die längst ihnen abgesteckten Pfähle ausweisen, entworfen sind. Es versteht sich, daß die Figur der Strassen hier vorläufig nur erst durch blosse an einander hängende gerade Linien, wie a b, b c, c d u. s. w. angegeben wird. — Ihre genauere Bestimmung und Verzeichnung, so wie die verschiedene Breite derselben, es mit sich bringt, erhält man erst nachher, wenn die anliegenden Gebäude und Gärten zu Papiere gebracht werden.

III. Sind nun die långst den Strassen abgesteckten Linien wie ab, bc u. s. w. entworfen, so wird es leicht seyn, die Lage der einzelnen Gebåude, gegen diese Linien ab, bc, eg, gh, u. s. w. richtig anzugeben.

IV. Man thut hier am besten, von denen långst den Strassen abgesteckten Linien, seitwårts nach neuen Richtungen, z. E. cα, bβ auszugehen, mehrere Dorfstellen in eine Figur, wie hier z. E. in das Viereck cb$\alpha\beta$ einzuschliesen, und durch Abscissen und Ordinaten, die man långst bc, cα, $\alpha\beta$, bβ nimmt, die Lage und Figur der Gebåude und daran liegenden Gårten zu entwerfen.

Kan man Punkte aus Standlinien, durch Intersektionen bestimmen, oder andere Methoden anwenden, wie es die Umstånde erlauben, so ist es desto besser.

V. Wo Ordinaten etwa zu lang würden, wie z. E. für den Punkt 2, da verfåhrt man sicherer, daß man an einer gewissen Station des Meßtisches, z. E. über w, nach den Punkt 2 selbst hinvisirt, w2 mit der Meßkette misset, und aufträgt. In den meisten Fällen ist es zureichend, sich zur Bestimmung etwas langer Ordinaten auch der Schritte zu bedienen.

VI.

VI. Auf diese Art kan man nach und nach alles, was zum Dorfe gehört, an die abgesteckten Hauptlinien ab, bc, cd, eg, gh u. s. w. anhängen, und in eine richtige Verbindung mit einander bringen.

VII. Die längst den Strassen gleich anfänglich abgesteckten Pfäle a, e, c, d, g, h, u. s. w. dürfen nicht eher ausgerissen werden, als bis man schon in der Gegend, wo sie stehen, mit der Messung zu Ende ist. Daher sie sowohl an schickliche Stellen, wo sie nicht so leicht ausgefahren oder ausgerissen werden können, zu stehen kommen, als auch recht tief eingeschlagen werden müssen, so wie es sich denn auch von selbst verstehet, daß man Nummern daran geschrieben haben muß, damit man nachher die ihnen entsprechenden Punkte auf dem Entwurfe der durch das Dorf geführten Linien (III) desto sicherer wieder finden, und den Meßtisch nach ihnen stellen kan.

VIII. Wenn das ganze Dorf nicht auf den Meßtisch gehet, so werden für einen gewissen Theil, z. E. bc$\alpha\beta$, den man darauf bringen will, so viel Punkte b, c, u. s. w. als dazu nöthig sind, von dem bereits entworfenen Gerippe (I.) wieder besonders vermittelst einer Kopiernadel auf den Meßtisch abgestochen, und dann die daran liegenden Gebäude und Gärten festgelegt.

XXI. Kapitel.

Von Vermessung einer ganzen zu einer Stadt oder Dorfe gehörigen Feldmark.

§. 255. I. Da diese Arbeit schon etwas ins Grosse gehet, so kömmt es darauf an, die Vermessung so vorzunehmen und einen solchen Gang bey ihr zu beobachten, daß 1) bey den vielen einzelnen Grundstücken, aus denen eine Feldmark bestehet, keine Verwirrung zu besorgen ist, 2) die einzelnen Vermessungen selbst nach aller möglichen Bequemlichkeit und Schärfe bewerkstelligt, und 3) die Verbindung der einzelnen Plane mit gehöriger Genauigkeit vorgenommen werden könne.

II. Um diese Bedingungen zu erfüllen, darf man nicht etwa von einzelnen kleinern Grundstücken anfangen, immer eines nach dem andern entwerfen, und sie an einander hängen.

Bey einer solchen Vermessungsart wären nicht nur auf dem Felde selbst mancherley Verwirrungen zu besorgen, sondern auch Fehler, die bey jedem Stücke unvermeidlich began-

gangen würden, dürften sich endlich dergestalt häufen, und von einem Stück auf das nächste fortpflanzen, daß endlich die ganze Arbeit vergeblich wäre, und mit keiner nachherigen Prüfung bestehen könnte.

III. Will man diesen Unbequemlichkeiten abhelfen, so muß man sich 1) die ganze Feldmark in so grosse Stücke zerlegt gedenken, und sie nach so grossen einzelnen Theilen in Grund legen, daß der an einander zu hängenden Platten so wenig als möglich werden. 2) Allemal erst, so viel es die Umstände erlauben, den Umfang eines solchen Stückes zu Papiere bringen, ehe man an die hineinfallenden kleinern Abtheilungen in einzelne Aecker, Felder u. d. gl. schreitet. 3) Aber auch selbst mehrere grosse Stücke, doch nicht nach einem zusammenhängenden Faden entwerfen, und an einander binden, sondern sie lieber ausser der Ordnung vermessen, wie es Bequemlichkeit und Umstände mit sich bringen, damit die Fehler, die bey jedem begangen werden, sich nicht durch die ganze Feldmark fortpflanzen können, wobey aber doch 4) eine solche Einrichtung zu treffen ist, daß, ob man gleich grössere Theile einer Flur ausser ihrem unmittelbarem Zusammenhang entwirft, solche dennoch auf der aus ihnen nachher zusammenzusetzenden Hauptkarte, ihre richtige Lage bekommen.

IV. Alle diese Bedingungen, wird man am sichersten dadurch in Erfüllung bringen, daß man die Vermessung der erwähnten Stücke auf eine gewisse Hauptfigur, oder auf grosse zusammenhängende Hauptlinien gründet, die man, wenn es möglich ist, durch die ganze Feldmark ziehet, und deren Lage gegen einander man auf das allerschärfste bestimmt, ehe man sonst zu Messungen schreitet, hierauf die einzelnen Theile der Flur nicht unter einander selbst verbindet, sondern sie gleich unmittelbar an die erwähnte Hauptfigur knüpfet, und ihnen dadurch den gehörigen Ort auf dem zu verfertigenden Risse der Feldmark anweiset.

V. Diese durch die ganze Flur abgesteckten und mit aller möglichen Vorsicht entworfenen Hauptlinien, werden also erstlich den Vortheil verschaffen, daß man keinen zusammenhängenden Faden bey der Vermessung zu befolgen nöthig hat, und doch die einzelnen Stücke einer Flur in einen richtigen Zusammenhang bringen kan, und dann zweitens, daß eben deswegen keine Fehler sich von einer Platte auf die nächstfolgende fortpflanzen können, weil keine unmittelbar durch Verbindungslinien, die von der ersten Platte auf die nächstfolgende getragen werden, an einander gehängt zu werden brauchen.

VI. Die

VI. Die grössern Theile, nach denen man nun eine eine Flur stückweise vermisset, müssen so viel als möglich in Gränzen eingeschlossen seyn, die in der Flur schon vorhanden sind, selbst mit auf die Karte kommen müssen, und nicht auf eine künstliche Art erst abgestecket werden, welches letztere geschähe, wenn man z. E. die Flur in lauter Parallelogrammen zerlegte. Gränzen, wodurch eine Feldmark von selbst in solche Stücke zerfällt, können nun Wege, Hecken, Flüsse, Bäche, oder andere kennbare Linien seyn, wenn sie nur allemal einen beträchtlichen Theil der Flur einschliessen, der zugleich zur Bestimmung der innerhalb desselben befindlichen kleinern Abtheilungen in Verainungen, einzelne Aecker u. dgl. geschickt und bequem ist. Und daran kan es bey einer vorläufigen Auswahl selten fehlen. Ein Feldmesser darf sich nur einige Kenntnis der Flur erworben haben, sollte es auch aus unvollkommenen Grundrissen, die etwa schon vorhanden wären, geschehen seyn, so hat die Sache gar keine Schwierigkeit.

VII. Um solche grössere einzeln gemessene Stücke einer Flur in eine richtige Verbindung bringen zu können, so führet man von denen in der ganzen Feldmark abgesteckten Hauptlinien, seitwärts kürzere Linien nach einem solchen Grundstück, fängt von diesem

die

die Messung des Stücks an, und hängt es vermittelst dieser Linien an die Hauptfigur.

Es sey z. E. VB (Fig. VI.) eine von den langen Seiten der in der Feldmark abgesteckten Hauptfigur; C, D, ein Paar Stücke der Flur. Man führe von ein Paar schicklichen Punkten z. E. L, N, der abgesteckten Hauptlinie VB, seitwärts nach dem Grundstück C ein Paar Linien LM, NH, und bestimme deren Länge und Lage gegen VB auf das genaueste. Das heist: Man messe z. E. die Winkel BLM, LNH, und die Längen LM, NH, LN; Liegt das Grundstück C nahe genug an VB, so können die erwähnten Winkel und Linien gleich mit auf den Meßtisch kommen, worauf C entworfen werden soll, und so wird alsdann, nachdem NH, NL, LM gehörig auf den Meßtisch getragen worden, die Messung des Stückes C z. E. bey M angefangen. Man stellet den Meßtisch über M, richtet ihn erst längst ML, und arbeitet nun längst des Umfanges der Figur C; worauf denn nach geschehener Entwerfung des Umkreises, an die innern Abtheilungen geschritten wird.

Es wird hiebey vortheilhaft seyn, die Messung längst des Umfanges so vorzunehmen, daß man nicht z. E. bey M anfängt, und daselbst wieder aufhöret, sondern lieber

von M aus z. E. erst den Theil M α H, und dann abermals von M aus den andern Theil M β H entwirft. Auf diese Art pflanzen sich die z. E. innerhalb M α H begangenen Fehler, nicht durch den ganzen Umfang M α H β M fort.

Will man nun das gemessene Grundstück C auf die zu verfertigende Feldkarte abtragen, und ihm seine richtige Stelle darauf anweisen, so stelle (Fig. VII.) v b auf der Karte, die abgesteckte Hauptlinie V B, und m α β h den auf dem Meßtisch erhaltenen Entwurf von C vor. Die Linien l m, l n, n h auf dem Meßtische, bedeuten die auf dem Felde L M, L N, N H; Man lege das Blatt Papier, worauf der Grundriß m β h α nebst den zugehörigen Linien l m, l n, n h, befindlich ist, so an v b, daß l n längst v b falle, und zwar l in einer solchen Entfernung von v, daß v l der Weite VL gemäß ist, so hat m β h α eben die Lage gegen v b, die das zugehörige Stück auf dem Felde gegen V B hat, und es brauchen hierauf die merkwürdigsten Punkte auf C nur, vermittelst einer Kopiernadel, durchgestochen zu werden. Es verstehet sich, daß vorher durch n, l, und einige andere Punkte Stecknadeln zur Befestigung des Grundrisses eingeschlagen werden. So verführe man, wenn die Linien L M, L H, N H, gleich mit auf den Meßtisch hätten

ten kommen können. Wäre dieses aber nicht angegangen, so hätte man erst vermittelst der gemessenen Dinge LNH, NLM, NH, LM, NL, die Punkte m und h besonders auf der Feldkarte bestimmt, hierauf den Grundriß mαhβ, so auf die Feldkarte befestigt, daß die Punkte m und h, gerade über dieselben, bereits auf der Feldkarte bestimmten Punkte zu liegen gekommen wären, und hätte alsdenn, vermittelst der Kopiernadel, den Grundriß auf die Feldkarte gebracht.

Auf eben diese Art könnte man nun auch mit einem jeden andern Stücke der Flur D, verfahren, wo z. E. Gg, Ff, FG die Verbindungslinien wären, wodurch das Stück D seine richtige Lage, gegen VB erhielte. Es erhellet, daß dadurch auch alle Stücke C, D, u. s. w. ihre richtige Lage unter einander selbst, auf der Feldkarte bekommen müssen.

VII. Die Ordnung, nach welcher nun einzelne Stücke einer Flur vermessen werden, hängt von allerley Umständen ab. So wird man z. E. am besten thun, die Vermessung der Wälder im Frühjahre oder Herbste vorzunehmen, da die Bäume kein Laub haben. — Der Aecker und Wiesen, wenn sie abgemähet sind. — Wenn es angehet, so kan man dabey die Theile der Feldmark, die zunächst an ihren Gränzen liegen, zuerst vorneh-

nehmen, um zugleich diese Gränzen und den ganzen Umfang der Feldmark zu erhalten, ehe man die tiefer hinein liegenden Grundstücke entwirft. Die Gränzen müssen zu der Absicht, von Gerichtsherren, Beamten, Förstern, Feldgeschwornen, u. dgl. vorher genau berichtiget, gehörig versteinet oder verpfählt und mit Nummern versehen werden.

Streitige Gränzen müssen vorzüglich angemerkt werden, wobey denn die Nachbarn zugegen seyn müssen.

Man siehet leicht, daß bey einem solchen Vermessungsgeschäfte allerley Gehülfen erfordert werden. Ein Protocollist, nebst zugehörigen Zeugen, ist unentbehrlich, so wie auch Leute zugegen seyn müssen, die mit Hacken, Grabscheiten, Pfaleisen, Schaufeln, Schlägeln und andern nöthigen Handwerkszeugen versehen sind, die zu den Gränzmahlen herangeführten Steine zu behauen, mit den erforderlichen Merkmalen zu versehen, und in den Boden zu befestigen.

Exempel.

VIII. Das bisherige wird sich am besten durch ein Beyspiel erläutern lassen. Es sey (Tab. II.) die zum erdichteten Dorfe **Bärenbach** gehörige Feldmark zu vermessen.

Man

Man führe erstlich durch die ganze Feldmark verschiedene lange und mit einander zusammenhängende Hauptlinien, AB, AC, BC, BD, und suche sowohl deren Lage als Länge mit möglichster Sorfalt zu bestimmen. Die Punkte A, B, C, D, wählet man so, daß man so viel als möglich, von einem nach dem andern hinsehen, und ohne beträchtliche Hindernisse ihre Entfernung von einander unmittelbar messen kan.

Auch sollen in den Dreyecken wie A B C, weder zu spitzige noch zu stumpfe Winkel vorkommen.

Hier sind diese Linien von der Beschaffenheit, daß von A nach B und C, von B nach C und von B nach D eine freye Aussicht verstattet ist. Von C nach D kan wegen des dazwischen liegenden Waldes zwar nicht gesehen werden. — Das macht aber hier weiter keine Unbequemlichkeit.

Lage und Länge dieser Hauptlinien, kan man theils vermittelst des Astrolabii und trigonometrischer Rechnung, theils durch unmittelbare Messung bestimmen. Hier könnte man z. E. bey A und B, die Winkel B A C, A B C, und A B messen, und daraus A C, B C herleiten. — Um B D zu erhalten, müste man auch noch den Winkel C B D und B D messen. Ueberhaupt müssen es die jedesma-

ligen

ligen Umstände ergeben, wie man zur Bestimmung der Lage dieser Hauptlinien, die besten Mittel zu treffen hätte. Am besten ist es freylich immer, wenn man alle Linien unmittelbar messen kan, ohne einen Winkel zur Bestimmung ihrer Lage nöthig zu haben.

Es wäre auch nicht nöthig, alle Punkte A, B, C, D, auf einmal zu bestimmen, sondern so, wie es der Fortgang der Messung nach und nach erforderte, eine neue Linie abzustecken, um die einzelnen Grundstücke daran legen zu können.

A, B, C, D, müssen entweder ihrer Natur nach, kenntliche Objekte seyn, oder es müssen daselbst hohe Pfäle mit nöthigen Kennzeichen aufgerichtet werden.

IX. Ich nehme auch an, daß die äussersten Gränzen der Feldmark bey A, n, m, l, B, k, u. s. w. gehörig berichtigt seyn werden, ehe man ihre Vermessung vornimmt.

X. Alsdann könnte man die durch die ganze Feldmark zerstreuten Grundstücke etwa nach folgender Ordnung entwerfen.

Erstlich nehme man z. E. die zunächst an AB gränzenden Stücke.

Vorher lasse man aber längst AB etwa von 50 zu 50 Ruthen Pfäle einsetzen, und an

an den ersten, zweiten, dritten u. f. Pfal die Nummern 0, 50, 100, 150 u. s. w. daran schreiben, die ihren Abstand von dem Anfangspunkt A ausdrücken.

Diese Pfäle dienen dazu, daß wenn man z. E. von einem gewissen Punkte z der Hauptlinie A B, eine Linie wie z t seitwärts zu führen hätte, man nur den Abstand von einem der nächsten Pfäle z. E. von z nach 150 zu messen hat, um sogleich zu wissen, wo z in der Hauptlinie A B liege, und wie weit er von A, oder einem jeden andern Punkt 50, 100 u. s. w. entfernt sey. Es sind also diese Pfäle sichere Punkte, von denen man die an A B liegenden Grundstücke zu vermessen anfangen, und durch Hülfe deren man mehrere derselben in eine sichere Verbindung bringen kan. Man würde die längst A B liegenden Stücke etwa am bequemsten auf folgende Art auswählen, und zu Papiere bringen.

1) Könnte man das Stück Wiese zwischen den Wegen nach Holzdorf und Bielheim A n $\alpha \beta \gamma$ a entwerfen, und dann

2) das unmittelbar daran gränzende Stück α m l K $\delta \beta \alpha$, wobey man denn zugleich einen Theil des Flusses längst l δ, und einen Theil von der Gränze des Dorfes längst $\beta \delta$ erhielte.

In

In Rücksicht des darinn liegenden Weihers, würde man z. E. von z aus eine Linie zt seitwärts führen, und von t an den Umfang des Weihers zu entwerfen anfangen; und so in ähnlichen Fällen.

Auch zur Verzeichnung des Baches NN könnten von einigen Punkten der Linie AB, kleinere Linien seitwärts geführet werden.

Wie übrigens die Wiesenstücke selbst, nebst den innerhalb ihnen befindlichen Grundstücken einzelner Besitzer zu entwerfen seyen, ist zulänglich im 245ten §. gezeigt worden.

Bey Grundstücken wie (1) und (2) deren Umfang von der Hauptlinie AB unmittelbar geschnitten wird, geben die Durchschnittspunkte wie A, G, K, selbst schon den Anfang zur Messung eines jeden Stücks, und man würde z. E. hier für das zweite Stück $\alpha m l \delta \alpha \beta$ erstlich auf dem Meßtische über G, längst GK eine gerade Linie ziehen, auf sie die gemessene Entfernungen von G nach 100, von 100 nach 150, von 150 nach K abtragen, und nun von G oder K zu arbeiten anfangen. Diese abgesetzten Punkte G, 100, 150, K, geben alsdenn zugleich schickliche Verbindungspunkte, wodurch man hernach den gemessenen Platz auf die Feldkarte tragen, sie gehörig an die nach dem verjüngten Maasstabe aufgetragene Hauptlinie AB hängen und kopieren kan.

Die Punkte 0, 50, 100 u. s. w. können auch hin und wieder während der Messung zu bequemen Richtpunkten dienen.

3) Längst dem Theile KB der Hauptlinie AB könnte man auch bequem noch das Ackerstück $l\varepsilon\zeta\varphi l$ nach (§. 247.) vermessen, woben man denn zugleich längst $\varphi\zeta$ ein Stück von dem Wege nach Waldheim, und längst $\varepsilon\zeta$ einen Theil der Landstrasse nach Norderfeld erhielte.

Wäre das Stück $l\varepsilon\zeta\varphi$ so groß, daß es nicht ganz auf den Meßtisch passete, so könnte man es etwa nach den beyden Theilen vermessen, in die es der angezeigte Feldweg zerlegte.

XI. Wenn man nun mit der Hauptlinie AC auf eine ähnliche Art verführe, so liessen sich längst ihr 1) das Stück $\alpha\gamma\beta\psi\eta ba$ zwischen den Holzdorfer und Felsendorfer Wegen, und dann 2) das zwischen dem Ufer des Flusses und dem Felsendorfer Wege enthaltene $\eta\psi\varrho\omega c\eta$ entwerfen. Hieben ergäbe sich zugleich wieder ein Theil von der äusern Gränze des Dorfes nemlich $\beta\psi\varrho$.

Natürlich läst man an schicklichen Orten z. E. bey β oder ψ Pfäle stehen, von denen man nachher die innere Dorfsvermessung anfangen kan.

XII. An

XII. An BC könnte man das Stück $\Phi\mu\nu\zeta$ hängen, wodurch man zugleich das übrige von der oberwähnten Strasse nemlich den Theil $\nu\zeta$ und den Weg nach Mariengarten erhielte.

XIII. Was rechter Hand der bereits entworfenen Landstrasse liegt, könnte man theils an BD hängen, theils dadurch bestimmen, daß man der Gränze νfgh u. s. w. folgte.

XIV. An CB könnte man das, was rechter Hand des Flusses långst den Gränzen $\omega\mu\nu e C d\omega$ läge, hängen.

XV. Das Innere des Dorfes könnte man endlich nach bisher (X. XI. u. s. w.) erhaltenen Umfang desselben, nach §. 254. leicht auch noch vollends zu Papiere bringen, und so hätte man endlich die ganze Feldmark auf lauter einzelnen Platten, die man nun nach den bereits gegebenen Vorschriften (§. 246.) zusammenhängen müste.

Vor dem Auftrage derselben, muß aber vorher nach eben dem verjüngten Maasstabe, welchen man bey der Vermessung gebraucht hat, die Lage der abgesteckten Hauptlinien AB, BC, AC, BD, 2c. 2c. auf einem Ueberzuge wie §. 246. VIII. mit möglichster Schärfe verzeichnet werden. Auch bemerkt man die

Punkte 50, 100, 150, u. s. w. auf jeder, weil sie die Verbindungspunkte der einzelnen Platten mit diesen Hauptlinien AB, AC, ꝛc. ꝛc. abgeben.

Da diese Hauptlinien ziemlich grosse Dreyecke bilden, so muß man sich zu deren Auftragung eines Stangenzirkels bedienen, oder sonst nach andern Methoden, z. E. nach §. 183. IV. Aufl. verfahren.

Anmerkungen.

§. 256. I. Weil manche Theile einer Flur wegen der Bestellung der Felder, andere wegen der noch darauf stehenden Früchte und anderer Hindernisse, nach Verhältnis der Jahrszeit, nicht immer gleich bequem zu vermessen sind, so ist man genöthigt, bald hier längst AB, bald dort längst AC u. s. w. einen Theil der Flur vorzunehmen, und also bey der Messung keine zusammenhängende Ordnung zu befolgen. Aber eben deswegen ist es erforderlich, daß die Pfäle in den abgesteckten Hauptlinien so lange stehen bleiben, bis die ganze Messung geendigt ist, oder bis wenigstens die Stücke, durch welche die Hauptlinie läuft, entworfen sind. Ausserdem ist es nöthig, die in der Feldmark herumstehenden Pfäle, ausser der Nummer, die ein jeder führt, auch noch mit einem besondern Buchstaben, in Beziehung auf die Hauptlinie, in der er stehet,

het, zu bezeichnen, damit man sie nicht mit einander verwechsele, und einen für den andern halte.

II. Wegen des Gebrauchs und des Vortheils, den man von einer richtig gemessenen Feldmark verlangt, muß man beständig ein Manual mit sich führen, worinn alles aufgezeichnet wird, was nur einiger massen für die Landesherrliche Kammer bemerkungswerth ist. Z. E. die Beschaffenheit der Gränzen, der Landstrassen, ob sie einiger Verbesserung bedürfen, und wo die Materialien dazu herzunehmen sind. Kurz alles, was zu einer genaueren Kenntnis der natürlichen Vortheile und Fehler einer Feldmark dienlich seyn kan, davon in der Folge ein Mehreres.

III. In einigen Instruktionen zu Landesvermessungen giebt man die Vorschrift, daß die Feldmesser ihre täglichen Arbeiten noch denselben Abend auftragen sollen. Diß halte ich aber, wegen der Unbequemlichkeit, so etwas bey Lichte vorzunehmen, besonders da man durch die Arbeit bey Tage schon ermüdet worden ist, gar nicht für rathsam, auch nicht, die Arbeit durch andere auftragen zu lassen.

Den folgenden Tag die Messungen ins Reine zu bringen, mag angehen, wenn es trübes und regnichtes Wetter ist. Ausser-

dem wird man heitere Tage lieber auf dem Felde benützen.

Anfängern kan es indessen dienlich seyn, einen Auftrag nicht lange anstehen zu lassen. Es gehört einige Uebung und Vorsicht dazu, Messungen, die schon vor einiger Zeit angestellt worden sind, ohne Verwirrung ins Reine zu bringen, besonders wenn man dem Gedächtnisse einige Dinge anvertrauet hat.

Allein bey Landesvermessungen muß vor allen Dingen ein genaues und systematisches Manual gehalten werden, und die Entwürfe auf dem Meßtische selbst müssen so reinlich aufbewahret und deutlich gezeichnet werden, daß man sie auch noch nach mehreren Wochen, ohne Gefahr sich zu irren, oder sich genöthigt zu sehen, wieder auf das Feld hinaus zu gehen, auftragen und ausarbeiten kan.

Wie eine Flurkarte zu berichtigen sey.

§. 257. Ehe man die einzelnen Entwürfe ins Reine bringt, und auf die Karte trägt, so müssen sie eine Prüfung aushalten, die gewöhnlich denen vorgeschrieben ist, die die obere Aufsicht über die Landesvermessung haben.

Daß man sich nicht immer auf die Feldmesser verlassen könne, ist eine bekannte Sache —

che — und eben darum wird einem Vermessungskommissair, der die nöthigen Kenntnisse hat, der Auftrag gegeben, nicht nur die Werkzeuge der Feldmesser zu prüfen, z. E. die Einförmigkeit der Ketten, durch Hülfe einer Proberuthe zu untersuchen, die gefundenen Abweichungen zu verbessern, besonders wenn sich durch Länge der Zeit die Ketten abgenutzet hätten, die Magnetnadeln zu berichtigen u. dgl. sondern auch die einzelnen Entwürfe der Feldmesser selbst zu untersuchen, und ihre Uebereinstimmung mit den zugehörigen Grundstücken zu bescheinigen. (S. die Instruktion der Landmesser im Königreich Preussen, §§. 6. 9. 10. 23).

Diese Prüfung zu bewerkstelligen, so werden erst einige vorzügliche Linien und Winkel auf dem Grundrisse mit den zugehörigen auf dem Felde verglichen, und nachgemessen — und das vorzüglich in solchen Gegenden der Flur, wo etwa die meisten Schwierigkeiten statt gefunden haben, also besonders in unebenen und sehr durchschnittenen Gegenden. —

Entweder finden sich nun so beträchtliche Abweichungen, daß das ganze Stück von Neuem vermessen werden muß, oder die Fehler sind von der Beschaffenheit, daß man sie in der Ausübung für Nichts gelten lassen

kan, und etwa corrigirt und vertheilt werden können — wozu denn die Theorie die nöthigen Mittel an die Hand geben muß.

Um sich von der Richtigkeit der einzelnen Felderabtheilungen zu versichern, so ziehe man durch zween so weit als nöthig von einander entfernten Punkte, quer durch die Flur eine gerade Linie; eben diese gerade Linie ziehe man durch die correspondirenden Punkte auf dem Grundrisse, messe von ihrem Anfangspunkte angerechnet, die Entfernungen ihrer Durchschnitte mit den Scheidungsgränzen der einzelnen Felder, und vergleiche sie mit denen auf dem Risse. — Dann wird sich gar bald zeigen, wo eine Verbesserung vorzunehmen wäre. — So etwas an mehreren Orten vorgenommen, wird nicht allein die Richtigkeit der Grundrisse entscheiden, und sie zum Auftragen auf die Feldkarte für tüchtig erklären, sondern auch nachläßige Feldmesser auf die Folge zu mehrerer Aufmerksamkeit angewöhnen.

XXII. Kapitel.

Von der Ausarbeitung einer Flurkarte.

§. 258. Durch eine Flurkarte muß man in den Stand gesetzt werden, alle einzelnen Gegenstände der Feldmark aufs deutlichste auch ohne weitläuftige Beschreibung von einander zu unterscheiden. Es wäre zu wünschen, daß alle Feldmesser gewisse Gegenstände auf eine und dieselbe Art bezeichneten. — In den preussischen Staaten sind zwar den Feldmessern ausdrücklich die Zeichen vorgeschrieben, deren sie sich in den Flurkarten bedienen sollen, auch selbst die Farben, womit diese oder jene Gegenstände illuminirt werden sollen. — Eben so bestimmte Vorschriften findet man in der Weimarischen Instruktion für Feldmesser. Wo aber solche Bezeichnungen noch nicht eingeführt sind, da ist es eine Pflicht des Feldmessers, jedesmal etwa an den Rand der Karte die von ihm gebrauchten Zeichen mit gehöriger Erläuterung beyzufügen.

Wir wollen, was die Bezeichnung der einzelnen Theile einer Flur betrift, uns meistens nach der preussischen Verordnung richten.

ten. Fürs erste muß ich aber etwas von den zur Ausarbeitung der Risse nöthigen Geräthschaften und Farben beybringen. Hieher gehören

I. Fein geschnittene Rabenfedern.

II. Verschiedene Gattungen von groben und feinen Pinseln. Sie müssen folgende gute Eigenschaften besitzen. 1) Müssen sie fest gebunden und gut geleimt seyn. 2) Wenn man sie durch den Mund ziehet, müssen sich die Haare in eine Spitze versammlen, und gut beysammen bleiben, ohne daß einzelne Haare hin und wieder ausser der Ordnung hervorstehen. In Ermangelung dieser Eigenschaft muß man vermittelst einer Scheere, und einer feinen Zange, die unnöthigen Haare theils abschneiden, theils ganz ausziehen. 3) Müssen die Haare nicht zu lang seyn.

Diejenigen Pinsel, die in Augspurg und München verfertiget werden, sind von vorzüglicher Güte.

Der Stiel, woran man den Kiel eines Pinsels stecket, muß eine proportionirliche Dicke und Länge haben.

Man hat noch eine besondere Art von Pinseln, die man Scarpien oder Bergpinsel nennet; Man weichet den Kiel eines gewöhnlichen

lichen etwas starcken Pinsels, so weit, als die Haare zusammen geleimt sind, etwa eine Stunde in Wasser ein. Klemmt hierauf den Pinsel nach dem man ihn etwas breit gedrückt hat, in einen Schraubstock, bis er trocken geworden ist. Wenn man ihn heraus nimmt, so wird er ganz platt gedrückt seyn. Ihn beständig so zu erhalten, legt man einen Bund von dünnem Blech in der Gegend, wo die Haare zunächst im Kiele stecken, um den Pinsel herum. — Beym Gebrauche zieht man ihn nachdem er in zureichend starke Tusche eingetaucht worden, durch einen engen elfenbeinern Kamm, damit sich die Haare in mehrere kleinere Pinsel theilen, und bedient sich alsdann desselben, mehrere Striche auf einmal zu machen, welches dann bey Schraffirung der Berge, die Zeit zu ersparen, viele Bequemlichkeiten hat.

Einige Uebung gehört freylich dazu, wenn vermittelst eines solchen Bergpinsels die Schraffirung recht gut ins Auge fallen soll. Man muß die Vorsicht gebrauchen, ihn bey jedesmaliger Füllung mit Tusche, vorher auf einem Papiere zu probieren, ob die Striche recht sauber ausfallen. — Aber auch bey dieser Vorsicht ist es oft nicht zu vermeiden, daß nicht die Striche an einem unrechten Orte etwas zu stark ausfallen, und den Riß verunzieren. —

Weit

Weit sauberer verfertiget man die Berge vermittelst einer blossen Rabenfeder, und eines måsig feinen gewöhnlichen Pinsels. — Einige Uebung gehört freylich dazu, und die nöthigen Handgriffe muß man sich nothwendig selbst zeigen lassen — dann gehet die Arbeit doch noch ziemlich geschwind von statten, ob man gleich nur einen Strich nach den andern macht. — Ein anderer Vortheil beym Gebrauch der blossen Rabenfedern und eines gewöhnlichen Pinsels, bestehet darinnen, daß man, nach Erfordernis der Umstände, die Striche vollkommen in seiner Gewalt hat, sie schwächer und stärker machen kan, wie es Schatten und Licht, nach den verschiedenen Wendungen und Lagen eines Bergs zu erfordern scheinen, welches bey einem Scarpiepinsel kaum zu erhalten stehet. — Indessen kan man auch mit dem Gebrauche des Bergpinsels einen andern Pinsel verbinden, und das ergänzen, was sich mit dem erstern nicht vollkommen erhalten läst.

III. Die **Farben**, deren man sich zum Illuminiren bedient, können theils Saftfarben, theils erdigte Farben seyn. — Erstere soll man so wenig als möglich brauchen, weil sie in kurzer Zeit verschiessen, und die Unbequemlichkeiten haben, daß, wenn man z. E. eine neben die andere legen will, sie gar zu

leicht zusammen fliessen, und dadurch den Riß verunstalten. —

Ich will hier die brauchbarsten kürzlich erzählen.

Zur **schwarzen** Farbe bedient man sich der Tusche. Eine Probe von deren Güte ist 1) wenn sie die Farbe zart abläst, indem man sie, naß gemacht, über die Hand zieht, 2) wenn Linien, mit der Reisfeder gezogen, recht fest an dem Papiere hängen, und nicht auslöschen oder unsauber werden, wenn man, nachdem sie trocken geworden, mit einem nassen Pinsel darüber hinfährt; 3) wenn die Tusche an ihrem Bruche einen Goldglanz spielen läst, und so auch, wenn man sie abgerieben, und in einem Schälgen hat trocken werden lassen; — 4) wenn sie sich nicht gar zu leicht abnutzet; 5) beym Abreiben mit einem Finger recht geschmeidig anzufühlen ist, keine gröbern Körner und Rauhigkeiten zeigt u. dgl. mehr.

Diese Eigenschaften finden sich bey der feinen chinesischen Tusche. — Gewöhnlich hat sie auch einen Bisamgeruch. — Doch darf man sie daraus nicht allein beurtheilen, so wie auch nicht aus den sich etwa darauf befindlichen chinesischen Charakteren.

Gewöhnliche Tusche werden auch in Deutschland und Frankreich und andern Gegen-

genden verfertigt — und diese sind ebenfalls, in Absicht ihrer Güte, darnach zu beurtheilen, ob sie zart sind, und die Farbe fest-genug auf dem Papiere sitzen lassen.

Unter den rothen Farben ist vorzüglich der Carmin zu geometrischen Rissen brauchbar. — Man muß ihn zum Gebrauche mit etwas arabischen Gummiwasser, oder auch Citronensaft, auf einem gläsernen Reibsteine zubereiten, und in einem Schälgen aufbewahren. Die Güte desselben ist sehr verschieden — der schönste hat eine brennende und lebhafte Farbe — der schlechtere fällt ins Violete, und ists zu Nichts nütze.

Der Florentiner Lak ist ebenfalls zu Rissen vortheilhaft zu gebrauchen. — Man kan eine Art rother Tusche daraus verfertigen, wenn man ihn mit etwas vielen arabibischen Gummi anreibt, und nachdem die zart geriebene Masse durch zureichendes Abtrocknen etwas dick geworden, Stücke in Gestalt einer Tusche daraus formirt.

Zur blauen Farbe ist das Berliner Blau am dienlichsten; man behandelt es wie den Florentinerlak, und macht eine schöne blaue Tusche daraus.

Anderer blauen Farben, Bergblau, Indigo u.dgl. kan man entbehren. — Blaue Saftfarben

farben darf man gar nicht gebrauchen, weil sie mit der Zeit alle ins Violette schiessen, und zu Vermischungen gar nicht dienen.

Als gelbe Farbe empfiehlt sich vorzüglich Gummigutti, wie auch gebranntes Schüttgelb, woraus sich eine schöne gelbe Tusche verfertigen lässet.

Grüne Farben sind theils aus Vermischungen, z. E. aus Gummigutti und Berlinerblau, recht schön und nach verschiedenen Schattirungen zu erhalten, je nachdem man mehr Gelb oder Blau darunter mischet, theils sind sie auch an sich vorhanden. — Das Saftgrün ist von vorzüglicher Güte in Nürnberg zu bekommen. — Doch schiest es in der Folge etwas, und wird gelblicht, hat auch die Unbequemlichkeit, daß man keine andere Farbe darneben legen darf. Grössere Plätze darf man nicht damit illuminiren; Etwa Grasbüschelchen auf Wiesen u. dgl. kan man damit anlegen.

Brauchbarer ist das destillirte Grünspan. — Es verschiest zwar nicht, frist aber leicht das Papier durch, wenn es nicht mit einer zureichenden Menge Wassers geschwächt wird. Mit etwas Saftgrün vermengt, giebt es eine vortrefliche und haltbare grüne Farbe.

Braune Farben erhält man nach unterschiedenen Schattirungen, aus der Vermi-

schung von Carmin, Gummigutti, und schwarzer Tusche, wie auch durch Hinzusetzung von etwas Berlinerblau. Biester oder Ofenruß schiest durchs Papier. — Braune Farben aus Coffee, Nußschalen u. dgl. kan man füglich entbehren.

Durch Vermischungen aus roth und gelb, roth und blau u. dgl. erhält man allerley Mitteltinten, die nach Erfordernis brauchbar seyn können. Versuche werden einen jeden selbst belehren, nach welcher Verhältniß diese oder jene Mischung vorgenommen werden muß.

Von allen diesen Farben, wird beym Gebrauche eine zureichende Menge in Schälgen von Glas oder Porzellain, mit Wasser verdünnt und aufgeweicht. Man muß aber eine Farbe, die in einem Schälgen schon trocken geworden ist, nicht von Neuem mit Wasser aufweichen und zum Illuminiren gebrauchen, weil sich leicht Staub und Unreinigkeiten angesetzt haben könnten, die der Schönheit des zu verfertigenden Risses nachtheilig seyn mögten.

Die aufgeweichten Farben, muß man vor jedesmaliger Eintauchung des Pinsels, umrühren, damit sie beständig in gleicher Stärke bleiben, und keinen Bodensatz verursachen.

Ueber die Schönheit eines Illuminirten Grundrisses.

§. 259. I. Soll ein Riß schön ins Auge fallen, so müssen 1) alle Linien und Punkte mit der Reisfeder so zart als möglich gezeichnet seyn, 2) dürfen die Farben nur so blaß aufgetragen werden, als es ohne Nachtheil der Deutlichkeit des Risses, und der durch die Farben von einander zu unterscheidenden Gegenstände geschehen kan. — Daß man sich dabey aller möglichen Sauberkeit im Auftragen befleisigen müsse, versteht sich von selbst. Ueberhaupt werden stark aufgetragene Farben dem Risse allemal ein heßliches Ansehen geben.

3) Muß man suchen der natürlichen Farbe eines jeden Gegenstandes, so nahe als möglich zu kommen. — Von dieser Vorschrift gehet man indessen aus andern Ursachen unterweilen ab, und Feldmesser müssen sich da nach denen von dem Landesherrn festgesetzten Vorschriften richten. Mauren z. E. roth zu färben, ist der Natur nicht gemäß, als in dem Falle, wenn sie mit Backsteinen aufgeführt wären, u. s. w.

4) Wird man durch Schatten und Licht, theils vieles zur Deutlichkeit und besserer Unterscheidung einzelner besonders erhöheter und vor=

vorspringender Gegenstände beytragen, theils dem Risse ein kräftigeres und lebhafteres Ansehen geben. Durch geschickte Vertheilungen von Licht und Schatten, wird man überhaupt dem Risse eine gewisse Haltung geben können, die sich aber nicht durch gedruckte Vorschriften erklären läßt, sondern die durch vielfältige Uebung aus zweckmässigen, und von geschickten Feldmessern mit Geschmack ausgearbeiteten Mustern erlernt werden muß.

Immer wird man freylich dabey überlegen müssen, daß ein geometrischer Riß seiner Absicht nach kein Gemählde seyn soll. Daher denn

Schatten und Licht

II. Vollkommen nach perspektivischen Regeln zu zeichnen, eine Arbeit seyn würde, die man weder verlangen, noch dem Feldmesser belohnen würde. — Wenn man sich beym Schatten in einem geometrischen Risse nur ohngefähr nach der Gestalt und Höhe eines Körpers, und nach der Direktion der einfallenden Lichtstrahlen richtet, so wird es zureichend seyn. Das allgemeine davon wäre etwa folgendes:

Licht, welches von einem leuchtenden Körper ausgehet, bewegt sich nach geraden Linien. — Stösset es an einen dunkeln Körper,

per, so wird es aufgehalten, und hinter dem Körper ist ein Raum, wo keine Lichtstrahlen hintreffen, wo also Schatten ist. Daß sich dieser also nach dem Körper selbst, nach der Richtung des einfallenden Lichtes, nach der Lage der Fläche, worauf der Schatten geworfen wird u. dgl. bestimmen werde, erhellet von selbst. — Genau die Figur des Schattens zu finden, lehrt die Perspektiv. — In geometrischen Zeichnungen ist es zureichend, ihn nur ohngefähr nach dem Augenmaase anzugeben.

Eigentlich wäre es nun einerley, nach welcher Richtung man das Licht einfallen lassen will. Es ist aber allgemein angenommen, daß das Licht ohngefähr parallel mit einer Linie einfalle, welche von der linken Seite her etwa unter einem Winkel von 45°, gegen die untere Gränze des Vierecks, wodurch ein Riß gewöhnlich umfasset wird, geneigt ist. So werden also alle erhabenen Gegenstände ihren Schatten mit dieser Linie parallel nach der rechten Hand zu, werfen. Wie ohngefähr aus (Fig. VIII.) bey v, w, zu ersehen ist.

Gegenstände, worauf die Lichtstrahlen schief auffallen, werden nicht so stark erleuchtet, als solche, auf die das Licht senkrecht auffällt, welche Vorschrift besonders beym

Anlegen der Berge, nach ihren verschiedenen Abdachungen, Wendungen u. dgl. zu empfehlen ist, um ihnen so viel als möglich ein natürliches Ansehen zu geben.

Auftragung der Farben

§. 260. Hiebey sind folgende allgemeine Vorschriften zu merken:

I. Wenn man eine beträchtliche Fläche mit Tusche oder Farbe, gleichförmig zu überlegen hat, so muß man keine weissen Punkte und Streifen auf ihr stehen lassen, die in dem Schälgen abgeriebene Farbe beständig in gleicher Stärke erhalten, sie bey jedesmaliger Füllung des Pinsels wieder umrühren, den Pinsel übrigens nicht zu voll füllen, und die Farbe so geschwind als möglich auftragen, damit keine Ungleichheiten und Flecken zu befürchten sind, und alles recht gleichförmig in einander fliesse.

II. Wenn man eine Fläche so tuschen soll, daß man von einem starken Schatten allmälig in das Helle übergehen will, welches man eine Farbe verwaschen nennet, so legt man erstlich da wo der stärkste Schatten hinkommen soll, z. E. längst ac (Fig. VIII.) einen mäsig breiten Streifen an, nimmt nun einen Pinsel, der mit blossem Wasser gefüllt ist, und vertreibt oder schwächt die

die aufgetragene Farbe a c nach der Gegend m zu, nach welcher sie sich ins Helle verlaufen soll, immer mehr und mehr, so aber daß der allmälige Uebergang vom Dunkeln ins Helle so wenig als möglich abgesetzt erscheine. — Daher muß man dabey eine fertige Hand haben, und niemals irgendwo die Farbe trocken werden lassen, als bis sie völlig vertrieben ist. Die Arbeit gehet desto besser von statten, wenn man vorher die zu verwaschende Ebene ganz mit einem mit blossem Wasser gefüllten Pinsel anfeuchtet.

III. Ehe man die Schatten anbringt, müssen erst alle Farben aufgetragen seyn. — Alsdann kan man durch geschickte Anbringung proportionirlicher Schatten, durch Linien die an der Schattenseite etwas stärker ausfallen müssen u. dgl. dem Risse die erforderliche Lebhaftigkeit, und nöthige Haltung verschaffen.

IV. Grosse Flächen z. E. Wiesen, Heyden u. dgl. müssen vorher ganz mit Farbe überlegt werden, ehe man kleinere Gegenstände, Bäume, Grasbüschelchen u. dgl. die eine ähnliche aber etwas dunklere Farbe bekommen, hinein zeichnet. — Grosse Stellen werden überhaupt blaß angelegt, kleinere darauf befindliche Gegenstände immer etwas dunkeler. Auch müssen die Berge vorher völlig

lig ausgearbeitet seyn, ehe Waldungen, Aecker u. dgl. darauf gezeichnet werden.

V. Die Schatten kan man meistens mit blosser Tusche anlegen, die aber nicht so stark aufgetragen wird, daß die Grundfarbe derjenigen Fläche worauf der Schatten fällt ganz verdunkelt wird. Es muß nemlich aus dem Schatten, allemal die Grundfarbe des Gegenstandes, worauf er fällt, zu erkennen seyn. Man kan aber auch oft den Schatten, durch Auftragung einer etwas dunkleren Farbe, als diejenige ist, worauf der Schatten fällt, ausdrücken. — Die mit Tusche angelegten Schatten haben aber in den meisten Fällen ein natürlicheres Ansehen, und machen den Ris nicht so bundschekigt.

Von der unterschiedenen Bezeichnungsart einzelner Gegenstände in einer Flur, und deren Illuminirung.

§. 261. Nachdem wir das allgemeinste von den Farben und deren Behandlung vorgetragen haben, so folgen nun die übrigen zur Ausarbeitung eines Risses erforderlichen Bezeichnungen u. dgl. wodurch man bequem die Gegenstände auf einer Feldkarte von einander unterscheiden, und ihre Bedeutung wissen kan.

I. Wie-

I. **Wiesenplätze** werden grasgrün angelegt, wozu man sich einer Vermischung aus Gummigutti und blauer Tusche, oder aus Grünspan und Saftgrün bedienen kan. Alsdann werden kleine zerstreute Grasbüschelchen mit einem etwas dunklern Grün darauf verzeichnet. So nemlich werden die dreyschürigen Wiesen illuminirt. Zweyschürige legt man mit blaßgelber Farbe an, und macht grüne Streifen mit Grasbüschelchen darauf.

Einschürige werden blos grün gestreift, und der Grund bleibt weiß.

Hut und Weide legt man, im Falle sie ganz begraset ist, blaßgrün an, und macht einzelne zusammengesetzte Pünktgen darauf. Man sehe (Tab. II.) die Gegend um den Weiher herum. Ist Heide untermengt, so werden hin und wieder bräunliche Streifen mit Punkten hervor scheinen müssen.

Torfbruch wird mit matter Tusche illuminirt.

Sandschollen blaßgelb mit dunkelgelben oder röthlichen Punkten.

Mohrgrund wird dunkelgelb angelegt, und mit blauen kurzen Streifen versehen, im Falle Wasser darauf stehet.

Moräste werden durch feine kurze Parallelstriche, nebst darauf gezeichneten Pünktgen angedeutet.

Weiher werden längst ihren Ufern mit einer Tuschlinie, die an der Schattenseite etwas stärker ausfallen muß, und dann mit flammenweise gezogenen Parallelstrichen entworfen, und mit einer blassen blauen Farbe illuminirt. Hin und wieder hervorstehendes Schilf kan man der Natur gemäß darauf zeichnen.

II. Aecker werden längst ihren Scheidungslinien mit Tusche ausgezogen, in Rücksicht ihrer verschiedenen Eintheilung in Sommer- Winter- und Brachfeld aber mit folgenden Farben unterschieden.

1) Das Sommerfeld wird da, wo es an Winter- oder Brachfeld anstößt, mit einem gelben

2) das Winterfeld mit einem braunen, und

3) das Brachfeld mit einem schwärzlichen Gränzstreifen umfasset. In Rücksicht der innerhalb solcher Schläge befindlichen einzelnen Aecker, wird gutes Weizenland mit mattem Carmin ganz überlegt, Gersten- oder ordinaires Weizenland hingegen längst den Furchen nur rothgestreift. — Gutes Roggenland läst man mattbraun überlaufen, hingegen schlechtes oder Haferland nur mit dergleichen Streifen

längst

långst den Furchen versehen. Dreyjähriges Land wird ganz mattgelb, und sechsjähriges mit dergleichen Streifen långst den Furchen angelegt. Das ganz unbrauchbare wird weiß gelassen.

Andere Felder werden ihrer Güte nach eingetheilt in

Gutes Gartenland, (blaßroth mit grünen Streifen).

Mittelmäßiges, (braun mit grünen Streifen).

Schlechtes, (gelb mit grünen Streifen).

III. Bey Ausarbeitung der **Wälder**, werden die Båume ohngefähr nach der Figur ihrer Kronen ausgedrückt. **Eichen**, mit einer etwas spitzgezackten Krone (S. Tab. II. långst des Felsendorfer Weges); **Buchen**, mit einer runden Krone (das. am Wege nach Mariengarten; **Elsen**, långlicht zugespitzt, und nur auf einer Seite gezackt (das. am Wege nach Waldheim); **Fichten** und **Tannen**, wie das. långst der Landstrasse nach Nordfeld), zu sehen ist. **Weiden** zeigen sich långst des Flusses Tab. II.

Beym niedrigem Gehölz, låst man die Ståmme an den Båumen weg, und zeichnet immer zwo und zwo Stauden neben einan=

einander, wie auf Tab. II. auch hin und wieder zu sehen ist.

Wenn man indessen nicht immer die Mühe darauf wenden will, die Kronen nach ihren verschiedenen Gestalten zu zeichnen, so zeichnet man sie durchaus auf einerley Art, und unterscheidet vielmehr die verschiedenen Holzarten, nach dem Grund und Boden, worauf sie stehen. — Also mache man den Grund wo Eichen stehen blasgelb; Buchen lasse man auf bräunlichen, Fichten auf blaßdunkelgrünen, Elsen auf blassen hellgrünen Boden stehen. Wo vermischtes Holz stehet, wird der Boden nach den verschiedenen Holzarten gestreift. — So z. E. Wo Eichen und Fichten beysammen sind, legt man den Grund blasgelb an und versiehet ihn mit dunkelgrünen Streifen u. s. w.

Die Bäume selbst werden nun an ihrer rechten Seite schattiret, und mit dem auf den Boden fallenden Schatten versehen.

Es ist eigentlich wider die Natur eines Grundrisses, an den Bäumen Stämme zu verzeichnen. — Allein der Deutlichkeit halber, sie vom Buschholz zu unterscheiden, mag man diesen Fehler, so wie auch andere ähnliche wohl erlauben. Indessen könnte man auch die Stämme weglassen, und sie

in dem Schatten ausdrücken, den die Bäume werfen.

IV. Bey Flüssen und Strömen ist folgendes anzumerken.

Nachdem man durch Tuschlinien die Ufer verzeichnet hat, so legt den ganzen Fluß gleichförmig mit einer so blasgrünen Farbe an, daß sie kaum vom Weissen zu unterscheiden ist, und schrafsirt den Fluß längst den Ufern, mit ganz zarten bläulichten nach der Richtung des Stromes fortlaufenden geschlängelten Linien, die nach der Mitte zu sich immer mehr verliehren, und an der Schattenseite etwas stärker gemacht werden. Man bedient sich dazu am besten eines Pinsels. Ehe man mit solchen Linien schraffirt, kan man auch längst den Ufern vorher eine ganz blasse blaue Farbe anlegen, und sie nach der Mitte des Stromes hin verwaschen.

Inseln, werden nach Verhältnis ihrer Produkte illuminirt.

Sandbänke, werden bräunlicht, mit zarten, schwarzen oder rothen Pünktgen angelegt.

Bey x Fig. IV. Tab. I. ist eine hölzerne Zugbrücke zu sehen.

Bey q eine massive Brücke.

Bey t eine Durchfarth.

Bey u eine Fähre, sie wird an beyden Seiten des Ufers mit kleinen Häusergen oder Vierecken angedeutet, von denen eine Linie über den Strom gehet, das Seil auszudrücken, an dessen Mitte die Fähre erscheint.

Bey g eine Schiffmühle.

Bey h eine gewöhnliche Mühle.

Bey l eine Schleusse.

Bey λ μ ν ist durch eine punktirte Gränze die Inundationslinie ausgedruckt; in dem Manuale wird das Jahr angesetzt, in welchem sie sich bis an die angezeigte Gränze erstrecket hat.

V. Die Verzeichnung der **Berge** lernt man am besten aus unmittelbarer Vorzeigung der hierzu nöthigen Handgriffe — n (Fig. VIII.) zeigt ohngefähr die Gestalt eines mit einer Feder schraffirten Berges. Am säubersten fällt die Zeichnung eines Berges aus, wenn man ihn erst längst seiner Abdachungen mit blasser Tusche verwäscht, wo die Schatten hinfallen, etwas stärkere Tusche aufträgt, und nun vermittelst eines mäsigen mit Tusche gefüllten Pinsels, nach Maasgabe der verschiedenen Gründe und Wendungen mit zarten geschlängelten Linien darüber her schraffiret, wo sich denn diese Linien nach dem

Thale

Thale zu immer mehr und mehr verlaufen und schwächer werden müssen. — Dabey muß man auch die verschiedenen Kuppen, Felsenwände u. dgl. ihrer Natur gemäß auszudrücken suchen, wo denn alles desto schöner ausfallen wird, mit je mehrerer Auswahl und Kenntnis die Schatten hin und wieder angebracht sind.

Waldungen werden auf die Berge verzeichnet, nachdem sie erst völlig ausgearbeitet sind.

Bergwerke werden durch viereckigte Gruben, oder Schachte, angedeutet, wobey die chymischen Zeichen der Metalle gesetzt sind, die sie geben. (Fig. VIII. bey ☉. ☽.)

Weinberge werden wie in Fig. VIII. bey h gezeichnet.

Hopfengärten, wie das. bey y.

VI. Gebäude werden nach geschehener Umfassung mit Carmin angelegt, und gehörig schattirt, ohngefähr wie Fig. IX. ausweiset.

Auf oekonomischen Charten muß man auch die vornehmsten Gebäude einer Stadt oder eines Dorfes sogleich aus der Zeichnung zu erkennen im Stande seyn, daher man denn neben das Viereck, welches das Gebäude vorstellet, ein schickliches Zeichen setzet. Z. E. neben einer Kapelle ein Kreuz, neben einer Kir-

che den Kirchhof mit Kreuzen, neben einen Gasthof eine Fahne, neben einer Ziegelhütte einen rauchenden Ofen, nebst einer daran befindlichen langen Scheure u. dgl. Herrschaftliche Gebäude werden mit einem etwas stärkern Roth illuminirt.

VII. Endlich ist noch die Bezeichnungsart der **Wege, Gränzen** u. dgl. beyzubringen.

Wege werden überhaupt bräunlich angelegt.

Ein blosser Fußsteig wird durch eine punktirte Linie ausgedrückt. Feldwege durch zwo neben einander gelegte Linien, davon die eine punktirt die andere ordentlich ausgezogen ist. M. S. Tab. II z. E. den Weg nach Holzdorf.

Landstrassen wie daselbst längst $\nu\zeta\varepsilon$.

Postwege bestehen aus zwo neben einander laufenden Parallellinien.

Hohlwege werden wie bey h D Tab. II. verzeichnet.

Wildbahnen durch zwo mit einander parallel laufende Linien, davon eine gezackt aussiehet, f g Tab. II.

Gewöhnliche Holzwege, werden durch einfach gezogene Linien angedeutet.

Grän-

Grånzen werden blos punktirt und mit Carmin überlegt — wo denn die Punkte stärker oder schwächer ausfallen müssen, je nachdem sie Haupt- oder Special-Grånzen bedeuten sollen.

Alle Wege und Grånzen werden nun zuerst verzeichnet, ehe man an die übrige Ausarbeitung der Karte schreitet. — Der Deutlichkeit wegen soll man auch die den Grånzen der Feldmark nahe liegenden fremden Grundstücke ohngefähr mit auf die Karte bringen, und deren Benennungen anzeigen.

Ferner sollen an die Grånzmale auf der Karte übereinstimmend mit den zugehörigen auf dem Felde, Nummern gesetzt werden, und damit in Rücksicht der Grånzen künftig keine Verrückung zu befürchten sey, so soll noch eine besondere Grånzkarte, wo nemlich der blosse Umfang der Feldmark darauf stehet, entworfen, und bey jedem Grånzmale angemerkt werden, wie weit es von dem nächsten abstehe, wie auch, was es mit den beyden benachbarten für einen Winkel mache.

Grånzhügel werden durch einen kleinen Kreis und

Grånzsteine durch ein kleines Viereck bezeichnet.

Hecken werden so verzeichnet wie es långst $\psi \varrho$ an dem Dorfe Tab. II. zu sehen ist. Man kan sie grün anlegen.

Bayerische Staatsbibliothek München

Anmerkungen.

§. 262. I. Das bisherige wird zulänglich seyn, die gewöhnlichsten Gegenstände auf einer zum oekonomischen Gebrauch eingerichteten Feldkarte zu verstehen. — Andere Zeichen, die besonders in geographischen und militairischen Karten üblich sind, findet man sehr vollständig in Hrn **Kefersteins Anweisung zu practisch geometrischen Zeichnungen** ꝛc. ꝛc. Leipzig 1778, aus welchem nützlichen Buche auch die bisherigen oekonomischen Zeichen, so wie sie der königl. preuſ. Verordnung gemäß seyn sollen, meistens genommen sind. Von den geographischen wird in der Folge noch etwas vorkommen; Militairische Karten gehören nicht zu meiner Absicht.

II. Zur Zierrath der ausgearbeiteten Feldkarte, kan man zur Seite eine schickliche Kartousche anbringen, worauf man den Namen der Feldmark, den verjüngten Maasstab und andere Dinge verzeichnet.

Die Richtung der Magnetnadel, und die Weltgegenden auf dem Risse, kan man auf einer sauber gezeichneten Magnet-Rose darstellen.

Namen einzelner Gegenstände, müssen zierlich und mit einer gewissen Wahl auf die Karte geschrieben werden. — Indessen muß man

man sie so viel als möglich ersparen, weil viele Namen allemal den Riß verunzieren. — Man siehet auch schon hieraus, wie sehr die Einführung bestimmter Zeichen, dabey zur Abkürzung diene.

Die nöthigen Handgriffe zur geschickten Ausführung eines Risses, muß man übrigens durch Uebung erlernen. — Durch die bisherige Anweisung hoffe ich das allgemeinste davon gesagt zu haben. — Wie nöthig aber einige Fertigkeit im Zeichnen, auch bey Verfertigung geometrischer Risse sey, wird ein jeder bey der würklichen Handanlegung selbst empfinden.

Einige Bücher, die man dabey zu Rathe ziehen kan, sind z. E. ausser dem in (I.) bereits angeführten

Der zur Verfertigung schöner Risse getreulich anweisende Ingenieur. Frankf. 1755.

F. W. Krazensteins Abhandlung von Verfertigung schöner und accurater Risse in der Feldmeß- Artillerie- Kriegs- und bürgerlichen Baukunst ꝛc. ꝛc. **ingleichen von den dazu gehörigen nothwendigen und guten Instrumenten** ꝛc. ꝛc. Nürnb. 1766. Den Werth dieser und ähnlicher Bücher will ich aber dem Leser selbst zu beurtheilen überlassen.

XXIII. Kapitel.

Nähere Beschreibung einer Feldkarte, nebst der Einrichtung eines Vermessungsregisters.

§. 263. I. Einem Landesherrn, welcher von der oekonomischen, kameralistischen, und physikalischen Beschaffenheit einer Flur deutliche Kenntnis haben will, würde mit einer blossen Karte, ohne beygefügte Beschreibung wenig gedient seyn. Es müssen also nothwendig ausser den eigentlichen Feldmessern, auch Männer als Gehülfen da seyn, welche von allen Umständen, die zur Oekonomie, zur etwanigen Verbesserung der physikalischen Unvollkommenheiten einer Feldmark, u. s. w. gehören, zuverlässige Nachrichten einziehen, und daraus eine sogenannte Dorf- und Flurbeschreibung zusammensetzen. Die wichtigsten Umstände, auf die man etwa Rücksicht nehmen müste, wären z. E.

Unter welcher Gerichtsbarkeit das Dorf, und die Feldmark stehet, wie stark die Zahl der Einwohner ist, wie sie heisen, und welche unter ihnen Ackersleute, Halbspänner, Kothsassen

sen u. dgl. sind. — Wie sich ihre Freyheiten, Rechte, Gerechtigkeiten, Abgaben, Frohndienste u. s. w. verhalten. — Wie die öffentlichen Gebäude beschaffen sind, und ob zu ihrer etwanigen Ausbesserung, Leim- Sand- und Steingruben in der Nähe vorhanden sind. — Ob die Wege einer Verbesserung bedürfen, wie sich die Einkünfte der Kirche verhalten. — Was die Unterthanen für Beschwerden haben — wie ihre Ländereyen in Absicht der Lage, Benutzung, Vertheilung, wie die Forsten, wie der Viehstand, und die dazu gehörigen Kuppel- und Privatweiden beschaffen sind. — Welche Gränzen der Feldmark berichtiget, oder noch streitig sind? u. dgl. Kurz es darf hier Nichts vergessen werden, was nur einigermassen zur Benutzung der physikalischen Vortheile einer Feldmark, zur Verbesserung ihrer natürlichen Unvollkommenheiten, und überhaupt zur Kenntnis und zum Flor der Landwirthschaft etwas beytragen kan. — Alles muß alsdann auf das genaueste in eine Tabellarische Ordnung verfasset werden. — Es würde wider meine Absicht seyn, von allem umständlicher zu reden, da dieses mehr für den Oekonomen und Kameralisten, als für den Feldmesser gehört, ob ich gleich zugestehe, daß dergleichen Kenntnisse auch einem Feldmesser wohl zu statten kommen. Umständlichere Nachrichten hievon findet man z. E. in dem neuen **Polizey- und Kameralmagazin** des

Hrn Bergius, (Frankf. am Mayn 1781.) unter dem Artikel Landesvermessung. — Ferner in C. H. Wilkens Landesvermessung II. Th. und andern Schriften.

II. Umstände die eigentlich dem Feldmesser anzumerken obliegen, sind ein genaues Verzeichnis aller einzeln, so wohl nutzbaren Grundstücke der Feldmark, als auch der leeren und unbebauten Plätze, und derer die keine besondern Besitzer haben, z. E. der Bruchweiden, Triften, Heerstrassen, Teiche, Sand- Mergel- und Tohngruben, Steinbrüche u. dgl. Von allen diesen Stücken, wird aufs genaueste der Flächeninhalt bestimmt, und Tabellarisch entworfen. — Auch muß der Feldmesser die Güte (Bonität) der nutzbaren Grundstücke anmerken, und in seinem Vermessungsregister eine solche Einrichtung treffen, daß die weitern Nachrichten davon, bequem in der oekonomischen Beschreibung (I.) der Feldmark aufgesucht, und auf Verlangen, der Kammer vorgelegt werden können. — Es werden daher z. E. alle Grundstücke, so wohl auf der Karte als in dem Vermessungsregister nummerirt, und diese Nummern müssen sich auf das Haus und den Besitzer des Grundstücks beziehen. — Man kan die Nummern beybehalten, die etwa jedes Haus in der Brandkasse hat u. dgl. Ferner muß man in dem Vermessungsregister den §. der Dorfbeschreibung (I.) anführen, wo die näheren Nachrichten

richten zu finden sind, und die Namen der Besitzer der einzelnen Grundstücke dabey setzen.

Zum Muster, will ich hier verschiedene Rubriken, wie sie nach der preussischen Verordnung in einem Vermessungsregister vorkommen sollen, hersetzen. — Die Bedeutung derselben wird aus dem bisher beygebrachten vollkommen verständlich seyn. Was in jeder Horizontalreihe stehet, gehört allemal zusammen, in Beziehung auf die vorangesetzte Nummer des Hauses, und dessen Eigenthümer oder Bewohner. Die einzelnen Grundstücke auf der Karte bequemer aufsuchen zu können, so wird allemal ein Revier benennet, innerhalb dessen es zu finden ist — und daher werden auf der Karte einzelne Schläge oder grössere Bezirke nach der Ordnung mit grossen Buchstaben A, B, C, oder sonst auf eine geschickte Art bezeichnet, auf welche Zeichen man denn in dem Vermessungsregister anweiset.

Vermessungsregister

von dem

Dorfe N N.

Liegt im königlichen u. s. f. Amte M, und ist im Jahre 1781. vermessen worden, durch ꝛc. ꝛc.

Num. des Hauses.	§. der Dorf-Beschr.	Namen der Besitzer.	Rubrik I. An Hof- und Bau-Stellen.			Rubrik II. An Garten-Stellen.			Remarquen.
			Morg	Ruth.	S.	Morg.	Ruth.	S.	
1	4	A.	—	40	15	2	70	—	
2	7	B.	—	50	72	4	7	22	
3	9	C.	1	10	—	8	60	—	
4	15	D.	—	11	—	2	—	—	
u.	ſ.	w.	u.		ſ.	w.			
		Summa à M.=150 □ Ruth.	1	111	87	16	137	22	

Rub-

Rubrik III.

An Aeckern im Winterfelde auf der Karte sub Littera A.

Num. d. Hauses.	§. der Dorfbeschr.	Namen d. Besitz.	Die Bonität														
			des Ackers bestehet in						der Wiesen, welche mit Brache halten.						Unbrauchbar und Wege.		Remarquen.
			Weizen und Gerste.		Roggen und Hafer.		Sechsjährig Land.		gute		mittl.		schlechte				
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	

Rubrik IV.

An Aeckern im Sommerfelde auf der Karte sub Litt.

Num. des Hauses.	h. der Dorf. Besitzr.	Namen d. Besitzer.	Die Bonität: des Ackers bestehet in: Weizen und Gerste.		Roggen und Hafer.		Sechsjährig Land.		der Wiesen, welche mit Brache halten: gute		mittl.		schlechte		Unbrauchbare Wege.		Remarquen.
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	
Summa à Morg.																	

Rubrik V.

An Aeckern im Brachfelde auf der Karte sub Litt.

Num. des Hauses.	H. d. Dorf. Beschr.	Nam. der Besitzer.	Die Bonität														
			des Ackers bestehet						der Wiesen, welche mit Brache halten.						Unbrauchbar, und Wege.		Remarquen.
			Weizen und Gerste.		Roggen und Hafer.		Sechsjährig Land.		gute		mittelm.		schlechte				
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	
Summ. à Morg. =																	

Rubrik VI.

An Wiesen, welche nicht Brache halten und zweymähig sind. Litt.

Num. des Hauses.	§. der Dorf. Beschr.	Namen der Besizer.	Die Bonität bestehet in								Remarquen.
			guten		mittl.		schlechten.		Unbrauchbar, u. Gräben.		
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	
		Summa à Morgen =									

Rubrik VII.

An Hütung auf der Karte sub Litt.

§. der Dorf. Beschr.	Die Hütung ist				
	blank.		bewachsen.		Remarquen.
	M.	R.	M.	R.	
Summa à Morg.=					

Rubrik VIII.

An Seen und Teichen u. s. w.

§. der Dorf. Beschr.	Die Seen sind				
	blank.		bewachsen.		Remarquen.
	M.	R.	M.	R.	
Summa à Morg.					

Rubrik IX.

An Waldungen und Forsten. sub Litt.

§. der Dorf-Beschr.	Die Waldungen bestehen in					
	Eichen	Büchen	Kiefern	blanker Hütung.	Forsten u. Qualität des Holzes.	Remarquen.
Summa à Morg.						

§. 264.

Rubrik X.

Heide-Gegend auf der Karte sub Litt.

Kommen in einer Heide Hof- und Baustellen, Ländereyen, Holzungen u. dgl. vor, so wird davon ein besonders Vermessungsregister geführt, nach Rubriken, wie oben. Ueberdem sind aber auch die Torf- und Mohrbrüche, Sandschollen u. dgl. anzumerken, so wie denn auch überhaupt die Rubrik Remarquen, alles das in sich fasset, was sonst in der Flur bemerkt zu werden verdient. Z. E. Stein- Mergel- Lehm- und Thongruben, Marmorbrüche, Gränzen u. dgl.

§. 264. Aus einem solchen genau eingerichteten Vermessungsregister, und den übrigen oekonomischen Umständen der ganzen Flur, werden nun die sogenannten **Lager- und Saalbücher** errichtet.

Ein Lager- oder Fundbuch dienet die einzelnen Grundstücke, so wie sie in der Feldmark zerstreut herum liegen, bequem aufzusuchen, die Beschaffenheit derselben nachzusehen, und die in der Folge vorgenommenen Veränderungen berichtigen, und nachtragen zu können.

Zu dem Endzweck wird das Lagerbuch nach Anleitung des Grundrisses, und Vermessungsregisters verfertigt. — Im wesentlichen bestehet die Einrichtung darinnen.

1) Wird der Namen des Dorfes u. s. w. oben angesetzt, und dabey die Gränze desselben angegeben und beschrieben.

2) Wird angemerkt, wer der Gutsherr sey, ob es ein Landesherrliches Amtsdorf, ob es einer Stadt, einem Stifte u. dgl. zugehöre.

3) In Absicht der einzelnen Grundstücke, wird angemerkt, in welcher Gegend der Flur sie liegen, was für Gränzen daran stossen, welchem Besitzer sie gehören, wie ihre Güte und Beschaffenheit sey — ob das Grundstück ein

ein Gemeindeguth, welches jährlich in der Gemeinde vertheilt wird, oder ein Lehen- oder Erbguth sey, bey wem es zu Lehen gehe u. s. w.

Zu besserer Vergleichung bekömmt jedes Grundstück in dem Lagerbuche die Nummer, die es auf der Karte hat. —

Ein Beyspiel wird das bisherige erläutern. Z. E.

Das Dorf Bärenbach (Tab. II.) gehört zu der Stadt Nordenfeld, gränzet gegen Morgen an 2c. 2c. Gegen Mittag an 2c. 2c. u. s. w.

Nro I. Ein Acker, gehöret Franz Hildebrand, liegt auf der Karte in dem Reviere L, zwischen den Holzdorfer und Felsendorfer Wegen, stößt gegen Osten an den Felsendorfer Weg, gegen Mittag an Peter Müllers Acker, gegen Westen an Ludw. Schulzens Acker, gegen Mitternacht an Georg Wagners Acker. — Ist guter Weizenacker, hält 2 Morgen, 25 Quadratruthen. — Ist Herrnlehen 2c. 2c.

Nro II. Ein Acker, gehört u. s. w. Ist Kirchenlehen.

Nro VI. Eine Gemeindewiese, liegt auf der Karte in dem Reviere M, stößt gegen Mittag an den Holzdorfer Weg, gegen Morgen

an den Bielheimer Weg, gegen Mitternacht an den Bach N N, gegen Abend ꝛc. ꝛc. Ist zweymähig, stehet in der ersten Klasse, ist Gemeindeguth und wird jährlich vertheilet, u. s. w.

Das Saalbuch hat die Absicht, um daraus sowohl die sämmtlichen Grundstücke eines jeden Hauswirthes, als auch die darauf haftende Abgaben, Steuern, Beschwerden, Freyheiten u. dgl. zu ersehen. — Es wird angegeben, wie die Viehzucht und der Ackerbau beschaffen ist. — Kurz alles was auf die Oekonomie, auf das Kameral- und Steuerwesen Einfluß hat. Zu besserer Vergleichung des Lager- und Saalbuches, muß auf die Seitenzahl und Nummer in dem Lagerbuche, bey der Beschreibung im Saalbuche angewiesen werden.

Den Nutzen, solcher wohl eingerichteten Saal- und Lagerbücher, wird wohl Niemand läugnen. — Wie viele Streitigkeiten können nicht vermieden und beygelegt werden, wenn eine genaue Beschreibung der Güter aller Unterthanen, ihrer Gränzen, Güte und Beschaffenheit vorhanden ist? Die Steuerbücher, können sicherer errichtet, berichtiget, und das herrschaftliche Interesse in Ordnung gehalten werden. — Berichte, die man einem Kammercollegio abzustatten hat, werden

durch Verweisung auf die Saal- und Lagerbücher deutlicher und bestimmter, und endlich gewinnet auch die Geographie durch die Lagerbücher, in Absicht der Berichtigung der Gränzen u. dgl.

§. 265. Ob es gleich immer angenehm ist, eine ganze Feldmark mit allen einzelnen kleinern Abtheilungen auf einer einzigen Karte zu sehen, so ist es doch beym Gebrauche der Lagerbücher etwas unbequem, im Falle man etwas in ihnen nachzuschlagen hat, allemal die Flurkarte selbst aus einander zu rollen, und die Grundstücke auf ihr aufzusuchen, zu geschweigen, daß durch den öfteren Gebrauch eine so grosse Flurkarte selbst nach und nach beschädiget, und zuletzt gar unbrauchbar wird. —

Man kan daher für den Gebrauch des Lagerbuches, die einzelnen Entwürfe, die man auf dem Meßtische bekommen hat, besonders ins Reine bringen und ausarbeiten, und solchergestalt Karten von einzelnen Theilen der Flur verfertigen, die eine mässige Grösse haben, folglich leichter zu behandeln sind, und sich in ein besonders Buch zusammen binden lassen, welches demnächst zur Vergleichung mit den schriftlichen Nachrichten in dem Lagerbuche dienen kan.

Es

Es verstehet sich, daß diese einzelnen Risse nummerirt, oder mit Buchstaben bezeichnet werden. Eine gewisse Ordnung beym zusammenbinden dieser Partialkarten in Absicht der Lage, die sie auf dem Felde gegen einander haben, läst sich auch leicht gedenken.

Man könnte selbst die grosse Flurkarte ersparen. — Denn da man schon die einzelnen Abtheilungen in Aecker und Felder auf den Partialkarten hat, so würde es zureichend seyn, die Art, wie diese Partialkarten auf dem Felde gegen einander liegen, nur in einem kleinern konnektirenden Generalrisse der Flur vorzustellen — der nur ohngefähr die Grösse eines Royal-Bogens hätte; Auf diesem Generalrisse brauchten alsdann nicht die kleinern Grundstücke alle einzeln verzeichnet zu seyn, sondern nur ganze Verainungen, und Flurstriemen, in denen sie liegen, wobey man denn die verschiedenen an einander stossenden Schläge der Winter- Sommer- und Brachfelder nach ihren Hauptgewenden, wie sie in den Specialrissen vorkommen, auch mit verzeichnen und illuminiren kan.

XXIV. Kapitel.

Vom Kopieren und Verjüngen der Figuren.

§. 266. **Aufgabe.** Ein Stück einer Flur in einer gegebenen Verhältnis zu verjüngen.

Aufl. I. Es sey bey (Nro 1. Fig. X.) ein Stück R einer Flur, nach dem Maasstabe K verzeichnet, und bey Nro 2. solle man dasselbe Stück nach einem kleinern Maasstabe k entwerfen; die Flächen der beyden ähnlichen Figuren sollen sich gegen einander verhalten $= m : 1$, so daß $R : r = m : 1$, wie groß müssen die Ruthen auf k seyn, daß dieser Bedingung ein Genüge geschiehet?

II. Aus der Geometrie erhellet, daß, wenn man auf K und k gleichviel Ruthen nimmt, $K : k = \sqrt{m} : 1$ seyn müsse, weil nemlich $K^2 : k^2 = R : r = m : 1$.

III. Folglich $k = \frac{K}{\sqrt{m}}$,

IV. d. h. wenn man k der Grösse $\frac{K}{\sqrt{m}}$ gleich nimmt, und k in so viel gleiche Theile oder Ruthen eintheilt, als K Ruthen enthält, so wird der Riß r nach den Ruthen des Maasstabes

stabes k verzeichnet, m mal kleiner ausfallen als R.

V. Im Falle sich aus m die Quadratwurzel ohne Decimalstellen nicht ausziehen läßt, ist es unbequem, K mit $\sqrt{m}$ zu dividiren. — Statt dessen kan man sich bequemer der Formel $k = \frac{K.\sqrt{m}}{m}$ bedienen, weil beyde Werthe von k auf eines hinauslaufen, indem $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{m}$.

VI. **Exempel:** Es seyen auf K, 50 Ruthen, oder man setze K = 50. Um zu wissen, wie groß 50 Ruthen auf k genommen werden müssen, damit der Riß r z. E. 3mal kleiner als R ausfalle, so messe man die 50 Ruthen auf K nach einem tausendtheiligten Maasstabe und finde solche z. E. = 900 Theilen. Nach solchen Theilchen würden also wegen m = 3, die 50 Ruthen auf k gleich seyn $= \frac{900.\sqrt{3}}{3} = \frac{900 \cdot 1,732 \ldots}{3} = 519,6$ oder beynahe 520 Theilchen.

Man nehme also von dem tausendtheiligten Maasstabe 520 Theilchen, und theile diese Länge in 50 gleiche Theile, so hat man die Ruthen auf k, die der erwähnten Bedingung, daß nemlich r dreymal kleiner als R ausfallen soll, ein Genüge leisten.

VII. Was nun die Verzeichnung der zu verjüngenden Figur selbst betrift, so kan man dabey auf folgende Art verfahren:

VIII. Man verzeichne etwa mit Bleystiftlinien über die Figur R ein Parallelogramm ABCD, welches in lauter Quadrate, von einer mässigen Grösse zertheilt ist, und nummerire die einzelnen Quadrate, wie die Figur ausweiset.

Man messe die Seiten dieses Parallelogramms nach dem Maasstabe K, verzeichne nach dem kleinern Maasstabe k ein Parallelogramm abcd, welches dem ABCD ähnlich, und in eben so viel kleinere Quadrate zerlegt ist.

IX. Was nun von der Figur R innerhalb eines jeden Quadrats I, II, III u. s. w. fällt, verzeichne man nach dem kleinern Maasstabe k auf eine ähnliche Art in die korrespondirenden Quadrate, 1, 2, 3, u. s. w. des Parallelogramms abcd.

Man könnte AC, ac, für Abscissenlinien annehmen, für die merkwürdigsten Punkte der Figur R z. E. m u. s. w. welche in die zunächst an AC liegenden Quadrate I, IV, u. s. w. fallen, Abscissen AL, und Ordinaten Lm nach dem Maasstabe K messen, und ihre Längen nach dem kleinern Maasstabe k, nemlich

al,

al, lμ, auf eine ähnliche Art in die kleinern Quadrate 1 und 4 tragen, mithin in die kleinern Quadrate alles eben so verzeichnen, wie man es in den grössern I, IV, vorfindet.

Auf eben die Art könnten EF, ef, Abscissenlinien seyn, vermittelst deren man in die kleinern Quadrate 2, 5, das verzeichnete, was man in den Grössern II. und V, vorfände.

Und so würde man endlich die ganze Figur r, der R ähnlich erhalten.

X. Wer ein gutes Augenmaas hat, wird in die kleinern Quadrate manches schon ziemlich genau dem gemäß verzeichnen können, was in die grössern fällt, ohne alles selbst messen zn dürfen. Wo denn das Augenmaas desto weniger fehlen wird, je kleiner man die Quadrate des Parallelogramms A B C D gemacht hat.

Dies giebt den Gebrauch der sogenannten Netze, welche man, um das Ziehen der Bleystiftlinien, und die daher rührende Verunzierung eines Risses u. dgl. zu vermeiden, aus Fäden verfertigt, die man in ein Paar ähnliche viereckigte Rahmen A B C D, a b c d, dergestalt ausspannet, daß beyde in gleichviel Quadrate zerlegt werden.

Man legt alsdann den grössern Rahmen ABCD, über den zu kopirenden Riß R und zeichnet nach dem Augenmaase in die Quadrate des Rahmens abcd, der Ordnung nach das, was in die Quadrate des grössern ABCD fällt.

XI. Nähme man die Quadrate innerhalb abcd, denen innerhalb ABCD gleich, so würde der Riß R in derselben Grösse kopieret. — Hier ist alsdann noch mehr Genauigkeit zu erwarten, weil man da nicht nöthig hat, alles zugleich nach dem Augenmaase zu verjüngen.

Anmerkung.

§. 267. Weil das Messen der Abscissen und Ordinaten (§. 265. IX.) innerhalb ABCD, mühsam ist, und der Riß R gar zu leicht durch die Zirkelspitzen verdorben wird, da sich ferner auch eben die Beschwerlichkeiten innerhalb abcd vorfinden, so schlägt **Penther** (praktische Geometrie §. 676.) ein anderes Verfahren vor, wodurch die Arbeit theils geschwinder von statten gehet, theils sauberer ausfällt.

Nachdem man nemlich die Seiten der Parallelogramme, AB und ab, AC und ac, in gleich viel Theile getheilt hat, so lege man an ein Paar gegen einander über stehende Punk-

Punkte z. E. an A und C ein Linial, längst dessen Schärfe sich Theile des Maasstabes K befinden. — An dieses Linial lege man den einen Katheden eines rechtwinklichten hölzernen Dreyecks ALP, auf dessen andern Katheden LP gleichfalls Theile des Maasstabes K verzeichnet sind. So hat man z. E. für den Punkt m, durch welchen LP gehet, sogleich die Abscisse AL auf dem Liniale AC, und die Ordinate Lm, auf dem Katheden LP. Wenn man eben so etwas mit einem anderen Liniale ac und rechtwinklichten Dreyecke alp, worauf Theile des kleinern Maasstabes k verzeichnet sind, vornimmt, nemlich von a nach l, und von l nach μ, so viel Theile zählt, als man auf AL und Lm gefunden hat, so wird μ in dem Quadrate 4 eben die Lage bekommen, die m innerhalb dem Quadrate IV. hat, und so wird das Messen und Abtragen der Abscissen und Ordinaten vermittelst eines Zirkels erspart. Auch ist es dabey nicht erforderlich, daß die Parallelogrammen selbst in Quadrate eingetheilt werden, wenn man nur die Seiten derselben AC, ac; AB, ab; für die erforderliche und richtige Anlegung der Liniale, auf eine ähnliche Art eingetheilt hat.

Penther schlägt vor, die Seiten der Liniale und Dreyecke worauf die Abtheilungen kommen sollen, schräg abhobeln zu lassen, damit

damit die Theilstriche näher auf dem Papiere liegen, und sich richtiger angeben lassen. Von einem durchsichtigen Horn die Liniale und Dreyecke machen zu lassen, hätte vielleicht noch andere Bequemlichkeiten. Um übrigens die Liniale in unverrückter Lage zu erhalten, bis alles, was in die neben ihnen liegende Quadrate fällt, vollendet ist, so beschweret sie Penther mit einem darauf gelegten Gewicht.

Noch einige andere Methoden Figuren zu verjüngen.

§. 268. I. Ein hieher gehöriges Verfahren ist der Gebrauch des **Storchschnabels**, eines bekannten Werkzeugs. — Herr Marinoni in seinem Buche de re ichnographica hat es auch zu geometrischen Gebrauche vorgeschlagen. — Meines Erachtens hat es aber in dieser Rücksicht Unbequemlichkeiten. Eine sehr deutliche Beschreibung davon, nebst der Art dieses Werkzeug auf eine wohlfeile Weise selbst zu verfertigen, findet man in einer kleinen Schrift: **Beschreibung eines sehr einfachen ꝛc. ꝛc. Storchschnabels, den sich jeder Liebhaber selbst verfertigen kan, nebst einem geometrischen Beweis und Tafeln über dieses Werkzeug**, (Münster und Hamm. 1780.) sehr gut ausgeführt.

Das

Das Wesentliche kömmt darauf an:

Man lasse ein Paar gleich lange Liniale BA, AC (Fig. XI.) um A, und noch ein Paar andere mit erstern von gleicher Grösse, ED, EF, um E beweglich seyn, zu welcher Absicht durch A und E Stifte oder Zapfen gehen müssen. Auf BA = AC = ED = EF verzeichne man in gleichen Weiten von einander, Punkte oder Löcher, durch welche man Stifte stecken kan, beyde Paare von Linialen in einer solchen Lage an einander zu hängen, daß BH = HE = AI und HA = EI, mithin HEAI ein Parallelogramm wird.

Da nun bey H und I Stifte durch die über einander liegenden Löcher gehen, und die Liniale übrigens sich auch um A und E drehen, so kan man, da die ganze Vorrichtung um A, H, E, I beweglich ist, dem Parallelogramm HEAI immer andere und andere Winkel geben, ohne daß sich die Seiten EH, AI, AH, EI veränderten.

Auch bleibt das Dreyeck BHE dem BAC immer ähnlich (wegen BH = HE; BA = AC; und BHE = dem Winkel BAC) das Parallelogramm mag, in welchem Winkel man will, eröfnet seyn.

Daraus folgt 1) daß die Punkte B, E, C immer in gerader Linie bleiben, und dann 2)

DE:

$BE : BC = AI : AC$

oder das Parallelogramm mag in welchem Winkel man will geöfnet seyn, so bleibt BE, immer der BC proportional in dem Verhältnis AI: AC. Läßt man also die ganze Verbindung der 4 Liniale, sich bey B um einen festen Punkt drehen, wie es geschehen würde, wenn man einen Stift durch B auf den Tisch befestigte, so wird ein Bleistift den man bey E in eine Hülse steckte (welche zugleich die Umdrehungsaxe beyder Liniale um E abgeben könnte) eine Figur z. E. E e μ beschreiben, welche einer andern C c V längst deren Umfang man den Endpunkt C des Linials AC fortführte, vollkommen ähnlich ist, weil nemlich, wenn bey der Herumführung der ganzen Vorrichtung um B, z. E. die gerade Linie BEC, in die Lage Bec käme, immer $Be : Bc = BE : BC = AI : AC$ bleibt, oder alle Punkte, die C und E zugleich beschreiben, immer proportionalen Abstand von B haben.

Zugleich wird die Fläche BeE: Fl. BcC $= Be^2 : Bc^2 = AI^2 : AC^2$.

Es wird also die Verkleinerung der Figur, von dem Verhältnis AI: AC abhängen. Da nun wegen der unterschiedenen Löcher auf den Linialen, das Verhältnis AI : AC, anders und anders genommen werden kan, so wird

wird man die vorgegebene Figur CcV, längst deren Umfang man C fortschiebt, indem B fest bleibt, auf allerley Arten verjüngen können.

II. Zu Verjüngung der Figuren schlagen einige auch den Verjüngungszirkel vor, davon man in **Bions math. Werkschule** eine Beschreibung findet. Die Einrichtung ist ohngefähr aus (Fig. XII.) zu ersehen. — mp, on, sind ein Paar gleich lange Schenkel eines Zirkels, auf denen sich in gleicher Weite von einander Löcher befinden, durch welche man den Kopf oder Zapfen r, um den sich die Schenkel drehen, dergestalt stecken kan, daß rm = rn folglich auch ro = rp, mithin die Weite mn : op = rm : rp; Wo also mn die Verjüngung von op in dem Verhältnis rm : rp ausdrückt, welches beym Abtragen der Abscissen und Ordinaten, für die nicht nöthig ist, den Zirkel gar zu weit zu eröfnen, brauchbar seyn kan.

III. Man trage (Fig. XIII.) von A nach B eine beliebige Menge von Ruthen des Maasstabes K Fig. X. Nro 1. beschreibe aus A mit AB einen Kreisbogen, nehme die Chorde BC = eben so vielen Ruthen des zum verjüngten Risse Nro 2. bestimmten Maasstabes k, und ziehe AC. Wenn man nun innerhalb des Risses Fig. X. Nro 1. eine gewisse

Weite

Weite z. E. mw mit dem Zirkel fasset, und solche auf die beyden Schenkel des Winkels BAC Fig. XIII. von A nach G und von A nach g trägt, so wird die Weite Gg sogleich die Verjüngung von mw nach dem Maasstabe k ausdrücken, und so kan dieses, im Falle man gewisse Punkte des Risses Nro 1. etwa durch Dreyecke auf Nro 2. abtragen will, sehr brauchbar seyn, weil die Zeit erspart wird, die man zur Zählung der z. E. auf mw gehenden Ruthen des Maasstabes K, und zur Abtragung von dem Maasstabe k, wie auch etwa zur Schätzung der Schuhe auf beyden Maasstäben verwenden müste.

§. 269. Das blosse Kopieren eines Risses geschiehet, wie ich schon oben erinnert habe, am geschwindesten und richtigsten vermittelst einer Kopiernadel, wobey aber nur die einzige Unbequemlichkeit ist, daß eine Zeichnung, die man solchergestalt abkopieret, etwas durchlöchert wird. Wenn indessen die Nadel sehr zart ist, so lassen sich die durchgestochenen Punkte vermittelst eines Falzbeines oder Polierstahles auf der entgegengesetzten Seite des Papieres fast gänzlich wieder wegpolieren. — Ausserdem kopieret man auch durch Hülfe eines dreyfüssigten Zirkels. — Auch §. 266. kan zum Kopieren gebraucht werden, wenn nemlich die Theile auf dem zweyten Lineal

und

und Dreyeck, denen auf dem erstern gleich sind. Andere Methoden, durch eine Glasscheibe zu kopieren, ferner vermittelst eines auf einer Seite mit schwarzer Kreide, Reiskohlen u. dgl. geschwärzten Papieres, eine Zeichnung, wie es die Mahler nennen, zu traciren u. dgl. sind so bekannt, daß ich es für unnöthig halte, mehr davon zu sagen. Die Vorsichten dabey ergeben sich von selbst.

XXV. Kapitel.

Von unterschiedenen in der praktischen Geometrie üblichen Flächenmaasen.

§. 270. I. Es ist bekannt, daß zur Bestimmung des Flächeninhalts einer Figur allemal die Fläche eines gewissen Quadrats zur Einheit angenommen wird.

Dieses Flächenmaas erhält seine Benennung von der Seite dieses Quadrats.

Ein Quadrat A, dessen Seitenlinie a so viel Schuhe hält, als gewöhnlich auf eine Ruthe an einem gewissen Orte gerechnet werden, heist eine Quadratruthe.

Z. E. Für a = 16 Kalenberger Schuhen = 1 Kalenberg. Ruthe, heist A eine Kalenb. Quadratruthe.

Eine pariser Toise hält 6 pariser Fuß, wenn also a = 6 pariser Fussen, so wird A eine Quadrattoise.

Für a = 1 Meile, heist A eine Quadratmeile.

II. Die Quadratruthe dienet übrigens oft zum Fundament anderer Flächenmaase, und ihre an unterschiedenen Orten statt findende Grösse hängt erstlich von der Grösse des an einem jeden Orte eingeführten Längenfusses ab, und dann zweitens von der Menge der Längenfüsse, die daselbst auf eine Längenruthe gerechnet werden.

Die unterschiedenen Längen der Schuhe hat man aus der Tafel (§. 14).

In Rücksicht der Menge von Schuhen, die an unterschiedenen Orten auf eine Ruthe gerechnet werden, kan folgende Tabelle dienen, wo unter den Schuhen die landesüblichen verstanden werden.

Die Anspacher	Ruthe	hält	12 Fuß.
Baseler	—	—	16
Berner	—	—	10
Mark Brandenburg		—	15

Die

Die Bruchsaler Ruthe hält		16 Fuß.
Calenberger	—	16
Colmarische	—	15
Danziger	—	15
Durlacher	—	16
Engelländische (Rod)		$16\frac{1}{2}$
in Cornwall	—	18 = 6 Yards.
Staffordshire	—	24
Erfurdische	—	14
Giesensche	—	16
Hamburger	—	16
Leipziger	—	$15\frac{1}{6}$
Magdeburger	—	12
Mümpelgard.	—	10
Nürnberger	—	16
Pariser	—	18
Pfälzische	—	16
Königl. Preussische Kulmische	-	10
West-Preus. Kulmische	—	10
Olezkoische	—	10

(Hiebey ist zu merken daß die erste Kulmische Ruthe sich auf Fusse beziehet, deren Grösse zum Pariser = 18740: 14400. Die West-Preus. Kulmische Ruthe auf Fusse deren Grösse zum P. = 18452: 14400. Der Olezkoische Fuß: P. = 17804: 14400. Die Olezkoische R. wird bey Vermessung der Königlichen Bauerhufen gebraucht).

Reinländische	—	12
Schafhausen	—	12.

Thüringische	—	14
— —	auch wohl	16
Weimarische	—	16
Würtemberger	—	16

III. Diese Tafel in Verbindung mit der im 14ten §. giebt das absolute Verhältnis der Ruthen gegen einander z. E.

Nürnberger R : Reinländische R =
16 . 13467 : 12 . 13913 (§. 14.) =
215472 : 166956

IV. Kleinere Theile als Quadratruthen, sind Quadratschuhe, Quadrat-Zolle u. s. w. nemlich Quadrate deren Seiten 1 Schuh, 1 Zoll u. s. w. lang sind.

Will man die Menge von Quadratschuhen finden, die auf eine Quadratruthe gehen, so darf man nur die Zahlen der Tafel (II.) in sich selbst multipliciren.

Z. E. 1 Kal. Qu. R = 16 . 16 = 256 K. Q. S.
1 Rnl. Q. R = 12 . 12 = 144 R. Q. S.

Will man das Verhältnis der Quadratruthen an unterschiedenen Orten angeben, so muß man die Glieder welche das Verhältnis der Längenruthen ausdrücken (III.) quadriren. Z. E.

Nürnb. Qu. Ruthe : Reinl. Q. R =
$16^2 . 13467^2 : 12^2 . 13913^2$

wel-

welches man durch Logarithmen berechnen kan.

V. Weiß man anzugeben, wie viele Quadratruthen und Theile derselben (IV.) in einer vorgegebenen Fläche z. E. eines Feldes enthalten sind, so sagt man, man habe die Fläche ausgemessen, oder ausgerechnet.

VI. Bey den **Feldmessern** ist es durchgängig eingeführt, daß sie die Landesübliche Ruthe (II.) allemal in 10 gleiche Theile welche alsdann Decimalschuhe heisen, eintheilen.

Jeder Decimalschuh wird ferner in 10 Theile, oder Decimalzolle getheilet u. s. w.

Also hält z. E. die Kalenberger Quadratruthe 256 Kal. Q. Schuh, oder 10. 10=100 K. Decimal Quadr. Schuh, woraus die Vergleichung zwischen den Kalenberger 16 Theiligten und Decimalquadratschuhen folgt; nemlich wegen

256 K. Qu. Sch. = 100 Kal. Dec. Qu. S.

wird 1 K. Qu. Sch. = $\frac{100}{256}$ K. D. Qu. Sch.

Der Kalenberger Längenschuh wird in 12 Zolle, der geometrische aber in 10 Theile oder Zolle getheilet, also

$$1 \text{ K. Längenr.} = 16 . 12 \text{ Zoll} = 10 . 10 \text{ D. Z.}$$
mithin
$$1 \text{ K. Qu. Zoll} = \frac{10 . 10 . 10 . 10.}{16^2 . \; 12^2.} \text{ K. D. Q. Z.}$$

Das bisherige dienet zu mehrerer Ergänzung dessen was (§. 25.) bereits von der Reduction der Flächenmaasse in einander gesagt worden ist, und es erhellet wie in ähnlichen Fällen der geometrische Quadratschuh, Qu. Zoll u. s. w. mit dem gemeinen Quadratschuh, Qu. Zoll u. s. w. zu vergleichen wäre.

XII. Den Inhalt der Felder, welchen der Geometer allezeit nach Quadratruthen, Schuhen, u. s. w. berechnet, pflegt man im gemeinen Leben, durch **Morgen**, **Jucharte**, **Hufen**, **Aecker**, **Tagwerke** wie auch diese Benennungen an unterschiedenen Orten seyn mögen, anzugeben.

Gegenwärtige Tafel stellet sowohl die unterschiedenen Benennungen der im gemeinen Leben eingeführten Feldmaasse, als auch deren Bedeutung und Vergleichung mit den Landesüblichen Quadratruthen vor Augen.

Ein **Anspacher** Morgen hält	360	Qu. Ruth.
Baseler Juchart —	140	— —
Berner Juchart —	288	— —
M. **Brandenburg.** Morgen -	300	— —
— — — Hufe —	30	Morgen.
Braunschweig. Morgen -	120	Qu. Ruth.

Ein

Ein Braunschw. Vorling hält $\frac{1}{2}$ Morgen.
Drohne — $\frac{3}{4}$ —
Calenberg. Morgen — 120 Qu. Ruth.
Colmaris. Jeuche, Mannw. 180 — —
Danziger Morgen — 300 — —
Durlacher Juchart, Morgen, Acker — 160 — —
Engelländ. Acker (acre) - 160 — —
(die Längenruthe zu 16$\frac{1}{2}$ Schuh)
Erfurter Morgen — 168 — —
Französisch. kleiner arpent 100 — —
(die Längenruthe zu 18 Schuhen)
Mittlerer arpent in Isle de Fr. 100 — —
(die Längenruthe zu 20 Schuhen)
Grosser arpent — 100 — —
(die Längenruthe zu 22 Schuhen)
Iournal oder Tagwerk in Bourdeaux — 888 Qu. Tois.
Pougnerée — 296 — —
Septerée — 800 — —
Tagwerk in Lothringen — 250 — —
(die Toise im letzten Fall zu 10 Lothringen Fussen welche 8'. 9''. 10'''. pariser Maas halten)
Giesener Wald- und Feld-Morgen — 160 Qu. Ruth.
Hamburger Morgen — 600 — —
(die Längenruthe daselbst zu 15 Reinl. Fussen)
Oberlausitz. Morgen — 300 — —

Ein Magdeburg. Morgen hält 180 Qu. Ruth.
(die Längenruthe zu 12 Reinl. Fussen)
— — Acker — 2 Morgen.
— — Hufe — 15 — —
Meklenburger Acker — 100 Qu. Ruth.
Nürnberger Wald- und Feld-
Morgen oder
Tagwerk — 200 Qu. Ruth.
Unterpfalz grosser Morg. 160 — —
kleiner M. — 120 — —
Pommerischer Morgen - 440 Rnl. Qu.
Ruthen
Hägerhufe — 60 Morgen
Land oder Dorf Hufe 30 — —
Hackenhufe — 15 — —
Priesterhufe — 20 — —
Trippelhufe — 45 — —
Preussischer Morgen — 180 Qu. Ruth.
Reinländ.
Reinländischer Morgen - 120 Qu. Ruth.
Wald Morgen — 160 — —
Juchart — ½ Morgen
(die Wiesen werden nach Thauen gerechnet und Eine Thaue beträgt ¾ Morgen)
Sächsischer Morgen — 150 Qu. Ruth.
Acker — 2 Morgen
Hufe — 12, 20, 24, bis
30 Acker
1 Nössel Landes 7½ Acker
Weimarischer Acker — 140 Qu. Ruth.

Ein

Ein Würtemberg. Juchart Tagwerk Mannw.	- 225 Qu. Ruth.	
Morgen	— 150 —	—

Ausser diesen bestimmten Feldmaassen, giebt es an manchen Orten sehr schwankende und unbestimmte. Solche muß ein Feldmesser wissen, nicht um nach ihnen zu rechnen, sondern das ungereimte davon denen vor Augen zu legen, die etwa viel darauf halten.

In einigen Gegenden werden solchergestalt die liegenden Gründe nach Scheffeln und Tonnen in der Aussaat angegeben, wie z. E. in Schweden.

An einigen Orten in Sachsen ist ein Scheffel Landes, etwa 120 Qu. Ruthen.

Eine Hauste Heu heist in einigen Gegenden z. E. in der Grafschaft Wittgenstein ein Stück Wiese, welches etwa 3 Centner (a 108 Pf.) Heu einbringt. Auf guten Wiesen mag dieses beyläufig 40 Quad. Ruthen betragen.

Einen **Einsatz** nennet man in Bayern, das was zwey Pferde in einem Tage umackern können.

Ein **Tagewerk** was eine Person in einem Tage abmähen kan.

Da ein Acker nach Verhältnis seiner Fruchtbarkeit verschiedene Aussaat erfordert, selbst eine Gedraydeart dicker als eine andere gesäet werden muß, da ferner eine Person mehr als eine andere in eben der Zeit abmähen kan, und zwey Pferde nicht immer in einem Tage, nach Verschiedenheit des Bodens gleichviel umackern können, so wird man leicht das schwankende in obigen Feldmaassen wahrnehmen.

An einigen Orten wird eine **Striegel, Schmelle**, ein solches Stück Landes genannt, welches noch keine Ruthe breit ist. — Die Länge ist gleichgültig.

Eine **Sottel** hält 2 Striegel der Breite nach, die Länge richtet sich nach der Länge der Striegel.

Eine **Dreygerthe** ist 3 Striegel breit.

Ein **Gelenke** 4 Striegel.

Ein **Gebreite** ist ein Stück Landes, welches mehr als ein Gelenke hält.

In Bayern heist **Bifünge** die Breite zwischen zwoen Furchen. 20 Bifünge rechnet man auf einen **Einsatz**.

Lauter unbestimmte Feldmaasse.

Es wäre zu wünschen, daß auch die Verschiedenheit welche oft an einem und densel-

ben

ben Orte, zwischen den Feld- Wald- und Wiesenmorgen statt findet, abgeschaft, und dafür eine Einförmigkeit der Feldmaasse eingeführt würde, wie solches bereits auf das löblichste in den meisten Preussischen Staaten geschehen ist. Wie viele Unordnung in den Lager-Büchern wird nicht durch eine solche Einrichtung vermieden?

Schlieslich will ich noch etwas von der Vergleichung der Feldmaasse beybringen.

§. 271. **Aufgabe.** Ein gewisses Feldmaaß A halte an einem gewissen Orte, M dasige Quadratruthen; die Längenruthe halte an dem Orte, N Fusse, und der dasige Fuß verhalte sich zum Pariser $= p : 1$. Wenn nun in Beziehung auf einen andern Ort a, m, n, π ähnliche Dinge bedeuten, das Verhältnis $A : a$ zu finden.

Aufl. I. An dem ersten Orte ist der Fuß $= p$ Paris. Fuß.

Also die Ruthe $= Np$ Paris. Fuß, also

Die Quadr. R. $= N^2 p^2$ Paris. Q. F. und

$$A = MN^2 p^2 \text{ Paris. Q. Fuß.}$$

II. Auf eine ähnliche Art ist

$$a = m n^2 \pi^2 \text{ Paris. Qu. Fuß.}$$

III. Mit-

III. Mithin $A : a = M N^2 p^2 : m n^2 \pi^2$ also

$$A = \frac{M N^2 p^2}{m n^2 \pi^2} . a.$$

IV. Exempel. Wie verhält sich der Kalenberger Morgen = A zum Nürnberger Morgen = a

Aus den bisherigen Tafeln ist

$M = 120$
$m = 200$
$N = 16$
$n = 16$
$p = 12953 : 14400$
$\pi = 13467 : 14400$ (§. 14.)

Also $a = \frac{200}{120} . \frac{13467^2}{12953^2} . A$

Welches ich durch Logarithmen auf folgende Art berechne.

log 200 =	2,3010300;	log 120 =	2,0791812
2. log 13467 =	8,2585416;	2. log 12953 =	8,2247406
Summe	10,5595716;		10,3039218
abgezogen	10,3039218		
	0,2556498		

wozu die Zahl 1,801 gehört.

Folglich a = 1,801 . A oder
1000 Nürnb. Morgen = 1801 Kalenb. Morgen.

V. Auch

V. Auch findet sich nach gehöriger Verwandlung

1 Nürnb. M = 1 Kal. M + 96,12 K. Q. R.
und 1 Kalenb. M = 111,04 Nürnb. Qu. Ruth.

Und so in andern Fällen.

Die Formel (III.) kan zur Auflösung unterschiedener Fragen dienen, die in der Ausübung vorkommen können — je nachdem man von den in ihr befindlichen Grössen eine sucht.

Anmerkung.

Gesetzt man wisse an einem gewissen Orte nicht, wie viel Quadratruthen auf einen Morgen giengen. — Ein gewisser Acker solle aber L Morgen halten. Um die Menge von Quadratruthen die ein Morgen enthält zu finden, bestimme man durch geometrische Messung, den Quadratinhalt des erwähnten Ackers. — Fände man ihn = N Quadratruthen, und setzt X Quadratruthen betrügen einen Morgen, so hätte man $L \cdot X = N$; mithin $X = \frac{N}{L}$.

XXVI.

XXVI. Kapitel.

Ausrechnung der Felder.

§. 272. Felder, deren Inhalt man bestimmen soll, haben entweder an ihrem Umfange lauter geradlinigte, oder auch krummlinigte Gränzen.

Geradlinigte Felder zu berechnen, hat weiter keine Schwierigkeit, wenn man nur die Fläche eines Dreyecks zu bestimmen weiß, d. h. die Regel kennet, daß, wenn a und b Grundlinie und Höhe eines Dreyecks bedeuten, die Fläche des Dreyecks $= a.\frac{1}{2}b = \frac{1}{2}b.a = \frac{a.b}{2}$ sey — wo denn der Inhalt in solchen Quadraten herauskömmt, dergleichen die Längenmaaße waren, womit man a, und b, gemeinschaftlich ausgemessen hat (§. 270. I.).

Jedes Vieleck läßt sich nun durch Diagonalen, oder auf welche Art man will, in Dreyecke zerlegen. Die Summe der Flächen aller einzelnen Dreyecke, giebt den Inhalt des Vielecks. — Durch ein Beyspiel brauche ich diese ganz bekannte Vorschrift wohl nicht zu erläutern. — Ich will also nur noch folgende Erinnerungen beyfügen.

Es ist zwar gleichgültig, welche Seite eines jeden Dreyecks man zur Grundlinie annehmen will. — Indessen wählet man gerne die längste Seite, damit die Höhen der Dreyecke nicht zu groß werden, und man die Grundlinien nicht nöthig hat zu verlängern. Auch ist es bequem, jede Diagonallinie zur gemeinschaftlichen Grundlinie, zweyer daran gränzenden Dreyecke anzunehmen. In Bestimmung der Höhen muß man übrigens alle mögliche Genauigkeit beobachten. — Am besten findet man sie, wenn man den einen Zirkelfuß in die Spitze des Dreyecks, welche der Grundlinie gegenüber stehet, einsetzet, und den Zirkel so weit eröfnet, daß ein Bogen, den man aus der erwähnten Spitze beschreibt, die Grundlinie berühret. — Alsdann ist zwischen beyden Zirkelspitzen so genau als möglich die Höhe des Dreyecks, die man alsdann auf dem verjüngten Maasstabe, womit die Figur auf dem Felde gezeichnet worden ist, misset.

Wenn man alle Seiten eines Dreyecks weiß, oder messen will, so braucht man die Höhe desselben nicht zu bestimmen, sondern man findet den Inhalt sogleich aus den 3 Seiten nach folgender Aufgabe.

§. 273. **Aufgabe.** Aus den drey Seiten AB = a, AC = b, BC = c eines Dreyecks Fig. XIV. den Inhalt zu finden.

Aufl.

Aufl. I. Man gedenke sich die Höhe BD, so ist $BD = a \sin A$ und die Fläche des Dreyecks $= \frac{ab \sin A}{2} = F$

II. Nun ist (Trig. S. VII.)

$$a^2 + b^2 - 2ab \cos. A = c^2$$

Also $\cos. A = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$; mithin

$$1 + \cos. A = 1 + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{(a+b)^2 - c^2}{2ab}$$

$$= \frac{(a+b-c)\,(a+b+c)}{2ab}$$

III. Ferner

$$1 - \cos. A = \frac{c^2 - (a-b)^2}{2ab} = \frac{(c-a+b)\,(c+a-b)}{2ab}$$

IV. Und folglich aus (II. III.);

$$(1 + \cos. A)\,(1 - \cos. A)$$

das will sagen $1 - \cos. A^2$, oder:

$$\sin A^2 = \frac{(a+b+c).(a+b-c).(c+b-a).(c+a-b)}{4a^2b^2} = G.$$

$\sin. A = \sqrt{G}$, und die Fl. des Dr. $F = \frac{ab\sqrt{G}}{2}$

$$= \tfrac{1}{4}\sqrt{(a+b+c).(a+b-c).(c+b-a).(c+a-b)}$$

d. h. wenn man $a+b+c = M$

$a+b-c = N$

$c+b-a = O$

$c+a-b = P$ setzet, so wird

durch

durch Logarithmen, wegen $\log. 4 = \frac{1}{2} \log. 16$

$$\log. F = \tfrac{1}{2} (\log. M + \log. N + \log. O + \log. P - \log. 16)$$

V. Durch Worte diese Regel ausgedrückt, so heist sie so:

1) Man addire alle drey Seiten des Dreyecks zusammen.

2) Ferner addire man jede zwo Seiten und ziehe von ihrer Summe die dritte ab. — Dergleichen Reste bekommt man drey.

Die Summe der Logarithmen der Grössen (1) und (2), um den Logarithmen der Zahl 16 vermindert, und alles mit 2 dividirt, giebt den Logarithmen von dem Inhalte des Dreyecks.

Verlohnte sichs aber nicht der Mühe, durch Logarithmen zu rechnen, so multiplicire man die Grössen (1) und (2) in einander, ziehe aus dem Produkte die Quadratwurzel, und dividire sie mit 4, so hat man sogleich des Dreyecks Inhalt.

Ex. Es seyen die drey Seiten $a = 442'$; $b = 418'$; $c = 353'$; so wird $M = 1213$; $N = 507$; $O = 329$; $P = 377$;

log. M =	3,0838608
log. N =	2,7050080
log. O =	2,5171959
log. P =	2,5763413
	10,8824060
	1,2041200
	9,6782860
halbirt	4,8391430

Hierzu gehört die Zahl 69047. Also die Fläche des Dreyecks = 690 Qu. Ruthen 47 Q. Schuh. oder den Morgen zu 200 Qu. R. gerechnet 3 M. 90 Qu. R. 47 Qu. S.

Anmerkung.

§. 274. Diese Aufgabe habe ich hier beygebracht, weil ein Feldmesser Gebrauch davon machen kan, wenn er z. E. sogleich auf dem Felde, eines Dreyecks Inhalt aus den drey gemessenen Seiten bestimmen will; ohne nöthig zu haben, es besonders auf dem Papiere vorher zu entwerfen, und dessen Inhalt nach der gewöhnlichen Regel zu berechnen. — Zugleich hat dieses Verfahren den Vortheil, daß man den Fehlern ausbeuget, welche sowohl beym Auftragen eines Dreyecks, als auch in der Bestimmung der Höhe desselben, unvermeidlich wären, weil man die Seiten gleich unmittelbar, wie sie auf dem Felde dem

mit der Meßkette gemessen worden, brauchen kan, und zur Berechnung des Inhalts, nicht nöthig hat, vorher die Höhe des Dreyecks zu bestimmen.

Freylich ist die Bestimmung des Inhalts aus den drey Seiten etwas beschwerlicher, als die gewöhnliche Regel, aber man erhält den Inhalt genauer.

Auf diese Art kan man die Fläche einer ganzen Figur berechnen, wenn man alle Seiten und Diagonalen weiß, ohne daß man die Figur vorher aufs Papier tragen, und die Höhen der Dreyecke, in die man sie zerlegen würde, bestimmen darf. Denn wenn alle Seiten und die aus einem gewissen Punkt ausgehenden Diagonalen der Figur bekannt sind, so weiß man auch die drey Seiten eines jeden Dreyecks, in welche die Figur durch diese Diagonalen zerlegt würde.

§. 275. Wenn in obiger Formel (§. 273. IV), alle drey Seiten des Dreyecks einander gleich sind, also $a = b = c$, so wird des gleichseitigen Dreyecks Inhalt $= \frac{\sqrt{3a^4}}{4} = \frac{a^2 . \sqrt{3}}{4}$

Für ein gleichschenklichtes Dreyeck, wo $a = b$ wird der Inhalt $= \frac{1}{4} c . \sqrt{(2a + c)(2a - c)}$.

§. 276. Aufgabe. Die Fläche eines Trapezii ABCD (Fig. XV.) zu finden, wo AB mit CD parallel, AC und BD aber jede Lage haben können.

Aufl. Man ziehe AD und nehme AB, CD, für die Grundlinien der beyden Dreyecke ACD, ABD an, so ist das Perpendickel AE, die gemeinschaftliche Höhe derselben, mithin die Fläche des Trapezii =

$$CD \cdot \tfrac{1}{2} AE + AB \cdot \tfrac{1}{2} \cdot AE = (AB + CD) \tfrac{1}{2} AE.$$

d. h. Die Summe der beyden gegenüberstehenden Parallelen AB, und CD, mit ihrem halben Abstand AE multiplicirt.

§. 277. Zus. I. Es seyen in dem Vielecke (Fig. XVI. Tab. III.) die Linien AB, CD, EF, GH u. s. w. insgesamt mit einander parallel so daß das ganze Vieleck, in lauter Trapezien wie (§. 276.) getheilt ist. —

Man nenne nach der Ordnung; AB = A, CD = B, EF = C, GH = D u. s. w. und af stehe auf allen Parallelen gemeinschaftlich senkrecht, und schneide sie bey b, c, d u. s. w. Man nenne nach der Ordnung ab = b, ac = c, ad = d u. s. w. so wird des ganzen Vielecks Innhalt, aus der Summe aller Trapezien R =

$$\frac{(A+B)\,b + (B+C)\,(c-b) + (C+D)\,(d-c)\ \text{etc.} + (E+F)\,(f-e)}{2}$$

Es

Es sind nemlich nach der Ordnung die die Werthe, b; c — b; d — c; u. s. w. die Höhen der einzelnen Trapezien.

Es wird immer besser seyn, die Höhen dieser Trapezien, auf diese Art durch den Abzug jeder zwo nächst aufeinander folgenden von a angerechneten Perpendikulairlinien zu finden, als sie stückweise in der Figur von a nach b, von b nach c und so weiter zu messen. Denn da bey einer jeden solchen Messung ein kleiner Fehler begangen werden kan, so könnte es geschehen, daß nachher die Summe aller Höhen $ab + bc + cd$ u. s. w. nicht mit der ganzen Höhe af übereinstimmte.

§. 278. Zus. II. Man kann den §. 277. angegebenen Ausdruck für die Fläche des Vielecks noch auf folgende Art verändern. — Weil

$$(A+B).b = Ab + Bb$$
$$(B+C)(c-b) = Bc + Cc - Bb - Cb$$
$$(C+D)(d-c) = Cd + Dd - Cc - Dc$$

u. s. w.

so wird nach gehöriger Rechnung auch

$$R = \frac{(A-C)b + (B-D)c + (C-E)d.\text{u.s.w.} + (E+F)f}{2}$$

d. h. Man subtrahire von der ersten Parallele, die 3te, von der zwoten die 4te, von der dritten die 5te u. s. w. so viel als dergleichen Reste zu machen sind.

Den ersten Rest, multiplicire man in den Abstand der ersten und zwoten Parallele, den zweyten Rest in den Abstand der ersten und dritten Parallele u. s. w. Zur Summe aller dieser Produkte addire man endlich ein Produkt aus der Summe der beyden letzten Parallelen, in den Abstand der letzten Parallele von der ersten, halbire alles, so hat man des Vielecks Innhalt.

Diese Vorschrift ist etwas bequemer als die Formel §. 277. weil man sogleich die Perpendikel b, c, d u. s. w. selbst zur Rechnung gebrauchen kan, ohne sie erst wie in §. 277. erfordert wurde, von einander abzuziehen, oder die Reste c — b, d — c u. s. w. zu berechnen.

Auch fügt es sich unterweilen, daß in gegenwärtiger Formel, Reste A—C; B—D u. s. w. = 0 werden, wodurch also die zugehörigen Produkte (A—C) b u. s. w. selbst = 0 werden, und der Ausdruck noch einfacher wird, welches hingegen sich bey der Formel §. 277. niemals eräugnen kan

§. 279. Zus. III. Wenn in Fig. XVI. die beyden Punkte A und B in einen a zusammen fallen, und man also statt des Trapezii ABCD, ein Dreyeck CaD hat, so ist A = 0 Eben so könnte F = 0 seyn, wenn sich das letzte

letzte Trapezium ILKM in ein Dreyeck verwandelte.

Anmerkung.

§. 280. Die bisherige Aufgabe mit ihren Zusätzen, dient nun überhaupt, die Fläche einer Figur, auf eine leichtere Art zu berechnen, als es durch Zerlegung in Dreyecke geschehen würde. — Denn die Zerlegung in Dreyecke, und Bestimmung der Höhe eines jeden Dreyecks ist mühsamer, als wenn man gerade hin, auf alle Parallelen wie (Fig. XVI.) ein gemeinschaftliches Perpendikel a f zieht, und den Inhalt nach den Formeln §. 276. u. f. berechnet. Es sey also eine geradlinigte Figur wie (Fig. XVII.) vorgegeben, und ihr Inhalt zu bestimmen. Man ziehe durch die bey A zunächstliegenden Winkelpunkte B und C eine gerade Linie, und nun vermittelst eines Linials und rechtwinklichten hölzernen Dreyecks, durch alle übrigen Winkelpunkte D, G u. s. w. Parallelen mit B C, nemlich B b, D d, F d u. s. w. Durch den obersten und untersten Punkt A und H, auch mit B C die Parallelen A a, H e; Auf A a nehme man wie man es zum bequemsten findet einen Punkt a an, und fälle auf alle Parallelen, das gemeinschaftliche Perpendickel a e, so sind die Entfernungen a b, a c, a d, a e die Werthe von den Grössen b, c, d u.s.w.

 in

in den Formeln §. 277. u. f. Die Parallelen BC, DE, FG die Werthe von B, C, D, u. s. w. Wegen der beyden Dreyecke BAC, HFG sehe man §. 279. So würde also hier des Vielecks Inhalt

$$= \frac{(o - C) b + (B - D) c + (C - o) d + (o + D) e}{2}$$

$$= \frac{- C b + (B - D) c + C d + D e}{2}$$

$$= \frac{(B - D) c + C (d - b) + D e}{2}$$

und so in andern Fällen.

Daß übrigens beym Gebrauch der Trapezien, niemals mehr Trapezien als Dreyecke, in die man die Figur durch Diagonalen zerlegte, zum Vorschein kommen, wird nach einer kleinen Ueberlegung von selbst erhellen.

§. 281. **Aufgabe.** Die Fläche einer krummlinigten Figur zu bestimmen.

Aufl. I. Wenn eine Figur von einer solchen krummen Linie begränzt wird, deren Punkte insgesamt von einem gewissen gemeinschaftlichen Gesetze abhängen, (oder wie man sich in der höhern Geometrie ausdrückt) durch eine algebraische Gleichung bestimmt wor-

worden sind, so kan der Inhalt einer solchen Figur durch die gemeine oder höhere Geometrie vollkommen genau, oder wenigstens so genau bestimmt werden, daß der Fehler für nichts zu achten ist.

So lehrt z. E. die gemeine Geometrie die Fläche eines Kreises, oder Stücken eines Kreises so genau als man will zu finden.

In der höhern Geometrie wird die Fläche der Parabel, Ellipse und anderer krummen Linien, die nach einem gewissen Gesetze verzeichnet werden, bestimmt.

Es würde wieder meine Absicht seyn, hier solche krumme Linien, die eigentlich in die höhere Geometrie gehören, zu betrachten, und deren Flächen oder Quadraturen zu untersuchen. — Ich verweise also meine Leser auf solche Schriften, wo man dergleichen Dinge umständlich ausgeführt findet. Z. E. Auf Herrn **H. Kästners Anal. des Unendlichen** u. a.

II. Näher und umständlicher haben wir hingegen solche Figuren in Erwägung zu ziehen, deren Umfang nicht nach einem gewissen Gesetze verzeichnet worden ist, sondern welche durch solche krumme Linien begränzt werden, deren Hauptkrümmen und Wendungen

gen nur durch einige Abscissen und Ordinaten, die übrigen Punkte aber nach dem Augenmaase angegeben, und zusammengehängt worden sind — wie das der gewöhnliche Fall beym Feldmessen ist.

III. Weil hier das Gesetz nicht gegeben ist, nach welchem die Ordinaten von den Abscissen abhängen, so kan auch die Quadratur, oder die Fläche einer solchen krummen Linie, nicht nach der in der höhern Geometrie gewöhnlichen Art, durch die Integralrechnung gefunden werden, sondern man muß hier auf folgende Art verfahren.

Es sey z. E. die krummlinigte Figur (Fig. XVIII.) vorgegeben. Man nehme auf den Gränzen der Figur Punkte, wie C, E, G u. s. w. so nahe beysammen, daß die Stücken AC, CE, EG, u. s. w. ohne merklichen Irrthum als gerade angesehen werden können; durch diese Punkte C, E u. s. w. gedenke man sich durch die krummlinigte Figur lauter Parallelen gezogen, so wird es erlaubt seyn, die Vierecke wie BCDE, DEFG u. s. w. als lauter geradlinigte Trapezien zu betrachten; BAC könnte man als ein Dreyeck ansehen u. s. w.

Die Summe aller dieser Trapezien könnte man nach (§. 277.) ausrechnen, und so bekä-

bekäme man ohne merklichen Fehler, die Fläche der krummlinigten Figur.

Es stehe also Ag auf allen Parallelen gemeinschaftlich senkrecht. — Man messe nach der Ordnung die Perpendikularhöhen Aa, Ab u. s. w. und die Parallelen BC, DE u. s. w. so hat man die Werthe von b, c, d u. s. w. A, B, C u. s. w. die in der Formel (§. 277.) gebraucht werden. Wenn man BAC als ein Dreyeck ansehen dürfte, so wäre A = 0 (§. 279).

Ich will zur Erläuterung der Formel (§. 277.) und um die Art ihrer Berechnung zu zeigen, ein Beyspiel beybringen.

Gesetzt man habe gefunden:

I.	II.	III.	IV.	V. —	V. +
A = 15′		so ist	mithin	—	+
B = 50	b = 78	A — C = — 70	(A — C) · b =	5460	
C = 85	c = 100	B — D = — 44	(B — D) c =	4400	
D = 94	d = 176	C — E = + 10	(C — E) d =	— —	1760
E = 75	e = 260	D + E = + 169	(D + E) · e =	— —	43940
Also das Posit. und Neg. zusammen gerechnet				9860	45700
					9860

$\frac{1}{2}$ Summe oder Inhalt der Figur $= \frac{35840}{2}$ Qu. Schuh.

$=$ 17920 Qu. Schuh.

$=$ 179 Q. R. 20 Q. Sch.

oder den Morgen zu 200 Qu. R. $= \frac{1}{2}$ m + 79 Q. R. + 20 Q. S.

$= \frac{3}{4}$ m + 29 Q. R. + 20 Q. S.

Wenn man auf diese Art in jedem Falle die Data in Columnen, wie I, II, III, IV, V, ordnet, so übersieht man das Ganze besser.

Anmerkung.

§. 282. I. Das bisherige setzt nicht zum Voraus, daß eine Figur auf dem Felde, deren Inhalt man wissen will, vorher auf dem Papiere entworfen seyn muß. — Man könnte, besonders wenn die Figur nicht gar zu groß ist, gleich unmittelbar auf dem Felde, die Parallelen, und die auf sie fallenden Perpendikulairhöhen messen.

Man stecke innerhalb der Figur eine gerade Linie A g (Fig. XVIII.) ab, und spanne längst A g die Meßkette an. — Man lasse ein Paar Gehülfen, einen längst der krummen Linie ABH, und einen längst ACI mit Zeichenstäbchen und Meßfahnen fortgehen.

Nachdem der erste z. E. nach B hingekommen ist, und daselbst bemerkt, daß das Stück AB ohne merklichen Fehler für eine gerade Linie gelten kan, so lege man an die längst Ag angespannte Kette, einen hölzernen Winkelhacken, dessen Schenkel ohngefähr 4 Fuß lang sind, dergestalt, daß der eine Schenkel des Winkelhackens nemlich am, aufs genauste nach der bey B aufgerichteten Fahne, hin-

hinzielet, und der andere genau an Ag anliegt.

So hat man auf der Kette die Absciſſe Aa, für den Punkt B — die man ins Manual einträgt.

Mit B und a laſſe man bey C ein Zeichenſtäbchen in gerader Linie einſetzen, und bezeichne die bey B und C eingeſteckten Stäbgen gemeinſchaftlich mit Nro 1, um anzudeuten daß BC die erſte abgeſteckte Parallele iſt. In dem Manuale wird auch bey die zugehörige Absciſſe Aa einſtweilen Nro 1. geſchrieben.

Auf eben die Art beſtimme man die zwote Parallele DE, indem man ihre Richtung vermittelſt des oberwähnten Winkelhackens angiebt. — Man meſſe die zugehörige Absciſſe Ab, trage ſie ins Manual und ſetze Nro 2. dabey. — Bey D und E laſſe man Zeichenſtäbchen mit Nro 2. zurück. Auf dieſe Art beſtimmt man nach der Ordnung auf der Kette die Absciſſen Aa, Ab, Ac u. ſ. w.

Wenn man mit allen Absciſſen fertig iſt, ſo ſchreite man an die Meſſung der Parallelen.

Weil nemlich bey B und C, bey D und E u. ſ. w. Zeichenſtäbchen mit Nummern zurückgelaſſen worden ſind, ſo kan man nun nach der

der Ordnung B C von Nro 1. nach Nro 1, DE von Nro 2. nach Nro 2. u. s. w. messen, und erhält demnach solchergestalt alle Grössen die zur Berechnung des Inhalts der Figur nöthig sind, ohne die Figur selbst auf dem Papiere zu entwerfen.

Die Umstände müssen es nun ergeben, ob es bequemer ist, die ganze Figur erst zu Papiere zu bringen, oder die zur Berechnung des Inhalts nöthigen Linien, sogleich unmittelbar auf dem Felde zu messen.

In dem Falle, wenn die Krümmungen nicht gar zu groß sind, auch die Figur selbst nicht sehr groß ist, und ohne merklichen Fehler in einer Ebene liegt, kan das erwähnte Verfahren brauchbar seyn; Ausserdem aber, mögte es immer bequemer seyn, die Figur lieber erst ordentlich nach den gewöhnlichen Methoden, auf den Meßtisch zu bringen.

§. 283. **Aufgabe.** Die Fläche einer krummlinigten Figur noch auf eine leichtere Art zu berechnen.

Aufl. I. Man ziehe innerhalb der Figur (Fig. XIX.) eine gerade Linie AB, und trage von A nach B so viel gleiche Theile als angehet. — Man nehme aber, in dem Falle die Figur starke Krümmungen hat, diese

Theile

Theile nicht zu groß, dergestalt, daß die durch die Theilpunkte a, b, c u. s. w. gezogenen Parallelen $M\mu$, Rr u. s. w. Stücke der krummen Linie, nemlich MR, μr u. s. w. zwischen sich enthalten, die man ohne merklichen Irrthum für gerade Linien annehmen darf.

II. Es ist klar, je weniger Krümmung die Bogen $MRSN$, μrsn haben, je grösser kan man die gleichen Theile auf AB nehmen.

III. Man nenne die Parallelen nach der Ordnung $M\mu = A$; $Rr = B$ u.s.w. $N'n' = W$ $Nn = X$. — Sie stehen gemeinschaftlich auf AB senkrecht.

af heise $= x$, und von a nach f gehen n gleiche Theile, so ist $ab = bc = cd$ u. s. w. $= \frac{x}{n}$.

IV. Mithin die Summe aller zwischen $M\mu$ und Nn enthaltenen Trapezien =

$$\frac{(A+B)}{2} \cdot \frac{x}{n} + \frac{(B+C)}{2} \cdot \frac{x}{n} \text{ u.s.w.} + \frac{(W+X)}{2} \cdot \frac{x}{n} =$$

$$\left(\tfrac{1}{2}(A+X) + B + C \text{ u. s. w.} + W\right)\frac{x}{n}$$

d. h. zur halben Summe der ersten und letzten Parallele $M\mu$ und Nn, addire man die

Sum-

Summe aller mittlern, und multiplicire alles mit $\frac{x}{n}$, so hat man das zwischen Mm und Nn enthaltene Stück Fläche.

V. Die beyden übrigen Stückgen MAm, NBn rechne man noch besonders aus, um die ganze Fläche MAnBNA zu erhalten.

VI. Es ist nemlich klar, daß, wenn man längst AB lauter gleiche Theile nimmt, am Ende ein Stückgen, wie fB, übrig bleiben kan, welches $<$ ab oder $< \frac{x}{n}$ ausfällt, wo man also das zugehörige Dreyeck NBn, oder Trapezium besonders ausrechnen muß.

VII. Die Krümmungen längst MAn, NBn, könnten so beschaffen seyn, daß man die Flächen MAμ, NBn, nicht einmal als Dreyecke oder Trapezien behandeln dürfte — In dem Falle könnte man diese Stücke wieder in kleinere Tapezia zerlegen, indem man mit AB Parallelen zöge. Oft kan man aber auch ihre Fläche, wenn sie nicht viel betragen sollte, nur nach dem Augenmaase schätzen.

VIII. Es wird sich übrigens leicht aus der Gestalt der krummlinigten Figur beurtheilen lassen, wie man die Parallelen am

besten auszuwählen hat, daß sie erstlich nicht gar zu nahe neben einander gezogen zu werden brauchen, und man folglich, ohne Nachtheil des Inhalts, nicht gar zu viele Parallelen messen darf, zweitens daß am Ende der Parallelen, bey Mμ, Nn nicht gar zu unregelmäsige Stücke AMμ, NBn übrig bleiben. So z. E. könnte es geschehen, daß wenn man statt der Parallelen Mμ, Rr u. s. w. durch die Figur Linien mit AB, oder mit einer andern Richtung parallel zöge, man die Figur in weniger Trapezien zerlegte, und also den Inhalt leichter fände, als vermittelst der zuerst angenommenen Parallelen Mμ, Rr u. s. w. Die schicklichste Auswahl der zu ziehenden Parallelen wird sich in jedem Falle leicht von selbst ergeben.

Bequemlichkeiten, wenn die Parallelen in gleicher Weite von einander abstehen.

§. 284. Wenn man die Formel (§. 283. IV.) mit denen im 277ten und 278ten vergleicht, so wird man leicht bemerken, daß bey der §. 283. IV. theils weniger Linien in der Figur zu messen vorkommen, indem man nicht solche Grössen wie a, b, c, u. s. w. (§. 277. §. 278.) besonders zu messen nöthig hat, theils auch die Berechnung so viel einzelner

Produkte, aus dergleichen die dasigen Formeln bestehen, erspart wird. — Vortheile, die man bey der Berechnung vieler einzelnen Stücke einer Feldmark, bald empfinden wird.

Anmerkungen.

§. 285. I. Man sieht leicht, daß es nicht nöthig ist, die Parallelen ganz auszuziehen. — Um ihre Längen zu bestimmen, darf man nur an dem Umkreise der Figur, die Punkte M, m, R, r, u. s. w. mit einer Zirkelspitze angeben. — Auch die auf den Parallelen senkrecht stehende AB, braucht nicht innerhalb der Figur gezogen zu werden — und solchergestalt wird ein Riß mit gar keinen Linien verunziert, die zur Berechnung seiner Fläche nöthig sind.

II. Am allerbequemsten könnte man aber, die Ausmessung und Ziehung der Parallelen durch Hülfe eines Linials und rechtwinklichten Dreyecks bewerkstelligen, worauf man Theile des verjüngten Maasstabes, nach welchem die Figur ausgerechnet werden sollte, getragen hätte.

Es sey LU ein Linial, längst dessen Schärfe man eine gewisse Anzahl gleicher Theile, in der festgesetzten Weite der Parallelen von einander, verzeichnet, und an die

Theilpunkte nach der Ordnung die Zahlen 1, 2, 3, u. s. w. geschrieben habe.

QVT ein rechtwinklichtes hölzernes Dreyeck, auf dessen Katheten QV, Theile des verjüngten Maasstabes, z. E. Ruthen verzeichnet sind.

So ist klar, daß, wenn man QV durch einen gewissen Theilpunkt des Linials z. E. durch 2 gehen läst, man auf QV sogleich die Länge der Parallele Rr angezeigt findet.

Auf diese Art schiebt man nach und nach das Dreyeck an jeden Theilpunkt des Linials, und bestimmt sowohl die Lage der Parallelen, als auch ihre Länge, ohne daß man sie besonders zu ziehen, und mit dem Zirkel auf einen verjüngten Maasstab zu tragen hätte.

Die Schuhe auf QV schätzt man nach dem Augenmasse. Auch müssen etwa von 5 zu 5 Ruthen auf QV Merkmaale zu besserer Zählung der Ruthen, verzeichnet seyn.

Begreiflich darf das Linial LU während man die Parallelen nach der Ordnung auf QV misset, nicht verrücket werden. Deswegen kan man das Linial mit einem Brette y versehen, worauf man ein Gewicht setzet, um es so lange bis alle Parallelen gemessen sind, fest in seiner Lage zu erhalten.

III. Ich

III. Ich denke bequemer als durch das Verfahren (II.) in Verbindung mit der Formel (§. 283. IV.) läßt sich wohl im allgemeinen keiner krummlinigten Figur Inhalt bestimmen.

IV. Bey den Formeln (§. 277. 278.) wurden die Parallelen, nach Verhältnis der verschiedenen Krümmungen am Umfange der Figur, bald näher, bald weiter von einander gezogen. Dadurch könnte es nun geschehen, daß man dort oft weniger Parallelen erhielte, und messen dürfte, als hier §. 283, wo die Parallelen, die Krümmung am Umfange der Figur mag mehr oder weniger beträchtlich seyn, durchaus in gleicher Weite von einander abstehen; Allein man muß auch dagegen bedenken, daß man dort wegen des verschiedenen Abstandes der Parallelen die Werthe von a, b, c, u. s. w. besonders messen muß, hier aber (§. 283. IV.) nur die einzige Weite der beyden äusersten Parallelen nemlich x zu messen braucht, zu geschweigen, daß die Formel (§. 283. IV. auch sehr viel einfacher und zur Berechnung bequemer ist. als die §. 277. oder 278.

V. Verschiedene andere Formeln für die Berechnung der Fläche krummlinigter Figuren, lehrt Herr **Lambert** (Beyträge zur Mathematik II Th.). Aber ich finde sie insge-

samt zur Ausübung nicht so bequem und so leicht zu übersehen, als die §. 283. — Deswegen werde ich hier weiter nichts davon beybringen.

§. 286. **Aufgabe.** Die Formel §. 283. IV. zur Ausübung und Berechnung noch bequemer einzurichten.

Aufl. I. Man setze auf dem Schenkel QV des rechtwinklichten Dreyecks VQT (Fig. XIX.) seyen einzelne Ruthen des verjüngten Maasstabes verzeichnet. — Die Schuhe u. s. w. drücke man durch Decimaltheile von Ruthen aus.

II. Auf dem Liniale LU nehme man die gleichen Theile, auch eine Ruthe groß, so daß die Parallelen überall eine Ruthe von einander abstehen, wie solches in sehr vielen Fällen zureichend seyn kan, so wird in §. 283. IV; $\frac{x}{n} = 1$, und die Fläche der Figur geradehin =

$$\tfrac{1}{2}(A + X) + B + C + D \text{ u. s. w. } + W$$

nemlich in Quadratruthen.

Bey dieser Einrichtung drückt also die blosse Summe der Parallelen den Flächenraum in Quadratruthen aus.

Es

Es sey z. E. A = 2°. 4′. 4″ = 2,44 Ruthen.

	H = 3 . 2 . 0	= 3,20	
$\frac{1}{2}$ (A + H) =		2,82	
Ferner	B = 4 . 2 . 1	= 4,21	
	C = 6 . 8 . 2	= 6,82	
	D = 7 . 4 . 0	= 7,40	
	E = 8 . 2 . 1	= 8,21	
	F = 5 . 0 . 0	= 5,00	
	G = 4 . 0 . 2	= 4,02	

Also die Fläche der Figur = 38,48 Quadratruthen.

Leichter kan man die Berechnung des Flächeninhalts nicht verlangen.

III. Nähme man die Parallelen überall 2 Ruthen von einander, so wäre $\frac{x}{n} = 2$; Für 3 Ruthen Abstand $\frac{x}{n} = 3$ u. s. w. Für alle diese Fälle, von denen man nun nach Verhältnis der Umstände (§. 283. II.) einen wählen kan, ist also immer die Berechnung der Fläche noch sehr leicht. So wäre z. E. für $\frac{x}{n} = 2$ Ruthen, und die Grössen A, B, C u. s. w. wie vorhin (II).

Die Fläche = 38,48 · 2 = 76,96 Quadratruthen.

Ein Verfahren, die Fläche einer Figur durch Hülfe eines Netzes zu bestimmen.

§. 287. I. Ein viereckigter Rahmen sey durch zarte ausgespannte Fäden, in lauter Quadrate, deren jedes z. E. 100 Quadratruthen des verjüngten Maasstabes enthält, eingetheilt. — Diesen Rahmen lege man über die Figur deren Inhalt man wissen will, so daß die Fäden genau auf dem Papiere liegen, und zähle, wie viel von den erwähnten Quadraten ganz in die Figur fallen.

II. In diejenigen Quadrate, durch welche der Umfang der Figur durchgehet, werden Stücke der Figur fallen, die kleiner als ein solches Quadrat also kleiner als 100 Quadratruthen sind. Ein solches Stück heise A — Um dessen Fläche zu finden, lege man auf das Fadenquadrat, in welches A fällt, ein auf Glas gezeichnetes eben so grosses, aber in die einzelnen 100 Quadratruthen getheiltes Quadrat, so daß der Umfang des Quadrats auf dem Glase, das erstere Fadenquadrat genau deckt, zähle nun die auf A gehenden einzelnen Quadratruthen, und schätze Theile von Quadratruthen nach dem Augenmaase. So würde man nach Addirung aller Fadenquadrate, jedes zu 100 Quadr. Ruthen gerechnet, und aller einzelnen Quadrat-

dratruthen, nebst den geschätzten Theilen von Qu. Ruthen, den Inhalt der Figur, ohne weitere Rechnung gefunden haben.

Es ist klar, daß man oft, wenn die Figur nicht groß ist, nur das zweite Quadrat auf dem Glase nöthig haben wird.

III. Das eben gewiesene Verfahren wird von einigen Feldmessern empfohlen. — Ich habe die Mühe darauf gewandt, beyde Netze (I. II.) auf Glas zu verzeichnen, aber sie wurde durch die scheinbare Bequemlichkeit, den Inhalt einer Figur ohne Rechnung zu finden, nicht belohnt — denn das Abzählen der Quadrate, die Schätzung derselben u. s. w. erforderte wohl noch einmal so viel Zeit, als die Rechnung nach den vorhergehenden Methoden. Die Genauigkeit selbst in Absicht der Schätzung kleinerer Theile als Quadratruthen, fand ich wegen der Menge solcher Theilchen und der sich dadurch häufenden Fehler, immer sehr mittelmäsig, ob gleich mein Augenmaaß keines der schlechtesten ist, und die Linien sehr zart nach (§. 176. VII.) aufs Glas gerissen waren.

IV. Will man ein solches Netz, zur Ausrechnung der Figuren, die nach unterschiedenen verjüngten Maasstäben gezeichnet sind, gebrauchen, so wird man doch nicht aller Rech-

nung überhoben seyn, sondern wenn man setzet, das Netz sey für Ruthen eines verjüngjüngten Maasstabes, die $= b$ sind, verfertiget worden, so wird die vermittelst dieses Netzes gefundene Fläche F eines Risses, auf dessen verjüngten Maasstabe die Ruthen $= a$ wären, noch mit der Grösse $\frac{b^2}{a^2}$ multipliciret werden müssen, um die wahre Fläche zu finden.

Oder man müste für jeden besondern verjüngten Maasstab, ein Netze verfertigen, und das wäre doch wohl noch weitläuftiger.

Noch andere Unbequemlichkeiten beym Gebrauch der Netze, werden wohl keinen Zweifel überlassen, daß die unmittelbare Berechnung nach den Formeln in den 277, 278, 283 §§. immer vorzuziehen ist.

Noch ein Verfahren den Inhalt einer Figur ohne Rechnung zu finden.

§. 288. Man verzeichne auf derselben Gattung des Papieres, worauf die Figur entworfen ist, ein Quadrat z. E. von zehen oder mehreren Quadratruthen, schneide dieses Quadrat aus, und wiege es auf einer genauen Waage. — Nun kopiere man die auszurechnende Figur auf eben solches Papier, schneide

de sie auch aus, und wiege sie. Und schliese nun nach der Regel detri, wie sich verhält das Gewicht des erwähnten Quadrats, zu seiner Fläche, so das Gewicht der Figur, zu ihrem Inhalt.

Eine Regel für Stümper im Feldmesser! Sollte sie wohl jemand im Ernste für brauchbar halten?

Korrektion einzelner Stücke einer Feldmark, wenn ihre Summe vollkommen genau mit den ganzen Stück, das sie betragen, überstimmen soll.

§. 289. I. Ein Stück Feld bestehe aus unterschiedenen einzelnen Aeckern u. dgl. A, B, C, D, E (Fig. XX.) Gesetzt, jedes einzelne Stück sey nach den vorhergehenden Methoden ausgerechnet worden.

Da nun nicht zu erwarten ist, daß nicht bey jedem solchen Stücke ein kleiner Fehler vorgefallen seyn könnte, durch deren Anhäufung, auf das Ganze eine schon beträchtliche Unrichtigkeit käme, dergestalt, daß die Summe $A+B+C+D+E$, von dem ganzen Stück $\alpha\beta\gamma\delta$, wenn man es nicht Theilweise, sondern unmittelbar berechnete, wohl um mehrere Quadratruthen abwiche, so wird man aus

aus dem bekannten Inhalte des Ganzen, den einzelnen Theilen eine Korrection geben müssen, wodurch ihre Summe mit dem Ganzen übereinstimmend, und Unerfahrnen die Gelegenheit benommen werde, den Feldmesser einer Nachläsigkeit zu beschuldigen.

Es sey also z. E. gefunden worden

A = 205 Qu. R.
B = 512
C = 480
D = 300
E = 120

so wäre A+B+C.. = 1617 Quadr. Ruthen.

Gesetzt nun, man fände den Inhalt des ganzen Feldes $\alpha\beta\delta\gamma$, nicht theilweise, sondern unmittelbar als ein einziges Stück berechnet = 1640 Quadr. Ruthen, also obigen theilweise gefundenen Inhalt 1617 Qu. R. um 23 Quadr. Ruthen zu klein, welches von den Fehlern herrühren könnte, die in der Berechnung der einzelnen Stücke A, B, C u. s. w. unvermeidlich begangen worden wären. Diesen Fehler, kan man nun in die einzelnen Stücke A, B, u. s. w. auf folgende Art vertheilen.

Man schliese wie der fehlerhafte Inhalt 1617, zum wahren 1640, so das fehlerhafte

A =

A = 205 zum wahren A; so wird das corrigirte $A = \frac{1640 . 205}{1617}$ und eben so

$$B = \frac{1640 . 512}{1617}$$

u. s. w.

wo man also zum beständigen Logarithmen von $\frac{1640}{1617}$ die Logarithmen von 205; 512; u. s. w. nach der Ordnung addiret und findet

das corrig. A = 207, 9156 Qu. R.
B = 519, 2821
C = 486, 8268
D = 304, 2669
E = 121, 7067

Die Summe = 1639, 99.. also beynahe 1640 Q. R. wo der geringe Unterschied nur von Decimalstellen herrühret, die nicht in völliger Schärfe berechnet worden sind.

Man kan vielleicht noch bequemer ohne Logarithmen auf folgende Art rechnen:

Man schliese 1617 : 100 = 23 : x.

Also 100 Q. Ruth. erfordern eine Korrektion von x = 1,4223;
mithin 10 — — — von y = 0,1422;
und 1 — — — von z = 0,0142.

Hier-

Hieraus findet sich die Verbesserung von A oder von 205 Qu. R. $= 2 . x + 0 . y + 5 z$ $= 2{,}9156$ Qu. R., die von B oder von 512 Qu. R. $= 5 . x + 1 . y + 2 z = 7{,}2821$ Q. R. u. s. w.

Also das wahre A $= 205 + 2{,}9156 = 207{,}9156$ u. s. w.

Diese Berechnungsart kan auch in ähnlichen Fällen brauchbar seyn.

Anmerkung.

§. 290. Bey der Berechnung einzelner Stücke einer Feldmark kan man auch so verfahren.

I. Man berechne erst A.

II. Nun unmittelbar beyde Stücke A und B zusammen genommen, als wenn nemlich A und B nur ein einziges Stück ausmachten.

III. Nun ferner die Fläche aller 3 Stücke A, B, C, zusammen u. s. w.

Von II. ziehe man I. ab, so hat man B.

Von III. ziehe man II. ab, so findet sich C. u. s. w.

IV. Man kan hier nemlich so verfahren, wie man einzelne Stücke einer eingetheilten

Linie a. b. (Fig. XX.) finden würde, indem man nemlich nach der Ordnung ac, ad, ae u. s. w. mässe, und nun um cd zu finden, von ad, ac abzöge, um de zu bestimmen, den Unterschied ae — ad angäbe u. s. w.

V. Auf diese Art verfähret man freylich sicherer, als wenn man jeden Theil ac, cd, de besonders misset; denn wegen der unvermeidlichen Fehler würde am Ende die Summe der für sich bestimmten Stücke ac + cd + de, selten mit der ganzen Länge ae übereinstimmen. Da hingegen das Verfahren IV. die Stücke ac, cd, de, so giebt, daß ihre Summe allemal das Ganze vollkommen genau beträgt.

VI. Bey Bestimmung einzelner Stücke einer geraden Linie ist das erwähnte Verfahren bequem. Allein meistens wird es bey Berechnung einzelner Flächen, wie B, C u. s. w. beschwerlich seyn. Denn wenn man z. E. um B zu finden, das ganze Stück $\alpha\beta\delta$ erst berechnen, und dann A davon abziehen, ferner um C zu finden, die Figur $\alpha\beta\gamma\varepsilon\delta\alpha$ berechnen, und dann $\alpha\beta\delta$ davon abziehen will, so kan es geschehen, daß, obgleich jedes einzelne Stück eine zur Berechnung ganz bequeme Gestalt hat, doch mehrere derselben zusammen genommen, eine sehr unordentliche Figur bilden, wie z. E. $\alpha\beta\gamma\varepsilon\delta\alpha$, welche in der

der That zur Berechnung schon etwas beschwerlich ist. Da nun überdem nach und nach die Stücke, wie $\alpha\beta\delta\alpha$, $\alpha\beta\gamma\epsilon\delta\alpha$, $\alpha\beta\gamma\mu\eta\delta\alpha$ u. s. w. durch deren Abzug von einander man die einzelnen Theile, A, B, C, D, u. s. w. bekömmt, immer grösser werden, so wird die Berechnung selbst auch immer weitläuftiger und mühsamer, so daß ich der Meinung bin, man thue immer besser, die einzelnen Stücke A, B, C, u. s. w. für sich auszurechnen, wenn auch gleich die Genauigkeit etwas darunter leiden sollte. Der Fehler wird doch bey gehöriger Aufmerksamkeit nie so beträchtlich seyn, daß es nicht erlaubt seyn sollte, nachher eine Korrektion wie §. 289. vorzunehmen, wodurch die Summe der einzelnen Stücke mit dem Ganzen übereinstimmend wird.

Anmerkung.

§. 291. Bey Berechnung des Flächeninhalts der Aecker, lassen sich unterweilen einige Vortheile anbringen, daß man nicht nöthig hat jeden einzelnen Acker besonders in Trapezien zu zerlegen.

I. Es ist (Fig. XXI. Nro. 1.) ABCD ein Flurstriemen, oder eine Verainung, worinnen mehrere einzelne Aecker M, N, O, liegen, deren Scheidungslinien AB, aa, bβ, CD, mit

mit einander parallel laufen. Wären nun auch BD und AC gleichlaufend, und gerade Linien, so würde man aus der berechneten Fläche des ganzen Flurstriemens ABCD = F, die einzelnen Aecker nach folgenden Proportionen finden:

$$AC : Aa = F : M$$

$$AC : ab = F : N$$

u. s. w.

wo man also nur Aa, Ab u. s. w. zu messen brauchte.

II. Wären Nro 2. zwar AB, aα, bβ u. s. w. parallel, aber die geraden Richtungen AC, BD, nicht, so ziehe man B 3 mit AC gleichlaufend, und berechne aus der ganzen Fläche ABC3, und den Stücken Aa, ab, bc, die Flächen ABa1; a1b2; b2C3 nach I. Haben nun die Stücke α1, β2, D3, keine beträchtliche Krümmung, so daß man sie für gerade Linien annehmen kan, so addire man zu ABa1 das kleine Dreyeck B1α, so hat man M, zu a1b2 das Trapezium α1β2, so hat man N u. s. w.

Weichen BD, AC, nicht sehr von der parallelen Lage ab, so wird man die kleinen Stücke B1α, α1β2, u. s. w. zureichend genau nach dem Augenmaase schätzen können.

Sehr beträchtliche Krümmungen haben die Scheidungslinien der Aecker selten, und so wird man $\alpha 1$, $\beta 2$, $D 3$ in vielen Fällen für gerade annehmen dürfen.

II. Wären selbst AC und BD keine gerade Parallellinien, so werden sich nach einiger Ueberlegung, doch leicht Abkürzungen bey Berechnung der Stücke M, N, O, ausfinden lassen, die ich hier der Kürze halben übergehe.

XXVII. Kapitel.

Von Verwandlung der Figuren in gleich grosse Dreyecke.

§. 292. Da die hieher gehörigen Aufgaben, sowohl zur Berechnung des Flächeninhalts der Figuren, als auch zur Theilung der Felder durch blosse Zeichnung, unterweilen sehr brauchbar sind, und sich als eine sinnreiche Anwendung einiger der ersten Lehrsätze aus der Geometrie empfehlen, so halte ich es nicht für unnütz, hier das Wesentliche davon beyzubringen.

Ein Parallelogramm in ein Dreyeck zu verwandeln, wird schon in den Elementen der

der Geometrie gewiesen. — Ich wende mich daher sogleich zu folgender Aufgabe.

§.293. Aufgabe. Ein vorgegebenes Viereck ABCD (Fig. XXII.) in ein gleichgrosses Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer gegebenen Ecke der Figur z. E. bey B befinde, und die Grundlinie längst AD falle.

Aufl. Man ziehe aus B die Diagonallinie BD, verlängere AD, und ziehe durch C mit BD eine Parallele CE, so wird, nachdem man BE gezogen hat, das Dreyeck ABE = dem Vierecke ABCD.

Bew. Weil CE mit BD parallel, so ist $\Delta BDE = \Delta BCD$ weil sie auf einer gemeinschaftlichen Grundlinie BD stehen; also nach Abzug des Stücks BHD, welches beyde Dreyecke gemein haben, $\Delta CBH = \Delta DHE$ also

$$ABHD + \Delta BCH = ABHD + \Delta DHE \text{ oder}$$
$$ABCD = \Delta ABE$$

Zus. I. Das Stück DHE ausserhalb des Vierecks ist dem BCH innerhalb desselben gleich.

Zus. II. Wenn wie bey (Fig. XXIII.) das Viereck ABCD bey C einen einwärts gehenden Winkel hätte, so bleibt wie die punk-

 tirten

tirten Linien ausweisen, dieselbe Auflösnng, und das Dreyeck ABE = Viereck ABCD; weil noch wie vorhin △DHE = △BCH.

Anmerkung. Die Parallelen wie BD, CE, brauchen nicht ganz ausgezogen zu werden. Man lege blos an BD die Hypothenuse eines hölzernen rechtwinklichten Dreyecks, und schiebe längst eines an den Catheden gelegten Linials, die Hypothenuse parallel fort, nach C, so wird sie auf der verlängerten AD den Punkt E schneiden, wo man demnächst von B aus die gerade Linie BE zu ziehen hat.

Daß es sowohl hier als künftig vortheilhaft sey, ein etwas grosses Dreyeck zur Ziehung der Parallelen zu gebrauchen, wird jeden die Erfahrung lehren.

§. 294. Aufg. Ein Fünfeck ABCDE (Fig. XXIV.) in ein gleich grosses Dreyeck zu verwandeln.

Aufl. Ich setze die Spitze des Dreyecks solle in B seyn.

Aus B gehen zwo Diagonallinien BD, BE.

Mit der ersten ziehe man durch C die Parallele CF, welche die Verlängerung von ED in F schneidet.

So

So ist, nachdem man BF gezogen hat, das Dreyeck DHF = BHC, folglich das Fünfeck ABCDE = dem Vierecke ABFE, welches man nun nach dem vorhergehenden §. in ein Dreyeck BGF verwandelt, indem man mit BE durch A eine Parallele AG bis an die Verlängerung von FE, und hierauf BG ziehet.

Zus. I. Sind in dem Fünfecke ABCDE (Fig. XXV.) bey A und C einwärts gehende Winkel, so bleibt nach Anweisung der punktirten Linien einerley Auflösung mit der vorhergehenden, und es wird das Δ BGF = dem Fünfecke.

Zus. II. Hätte das Fünfeck die Gestalt ABCDE (Fig. XXVI.), so daß bey A und D einwärts gehende Winkel wären, so ziehet man wieder, wie vorhin, mit den Diagonalen BD, BE, durch C und A Parallelen CF, AG, welche in ED, oder deren Verlängerung bey F und G einschneiden, wo denn abermals das Dreyeck BGF = dem Fünfecke ABCDE.

Weil überhaupt in dem Beweise der Aufgabe nichts vorkömmt, was das Fünfeck auf besondere Winkel einschränkte, so bleibt die daselbst gegebene Auflösung allgemein, das Fünfeck mag, wie man will, gestaltet seyn.

§. 295. Lehrsatz. Es sey (Fig. XXVII.) ABCDEF ein Vieleck von einer beliebigen Anzahl Seiten. Aus einem Winkelpunkte, z. E. A, gehen die Diagonalen AC, AD, AE u. s. w. Wenn man nun nach der Ordnung mit der ersten Diagonale AC, durch B eine Parallele Ba ziehet, welche in die dem Dreyeck ABC zunächst liegende Seite DC, oder in deren Verlängerung bey a einschneidet, nun ferner mit der zwoten Diagonale AD, durch den Punkt a wieder eine Parallele ab ziehet, welche in die Seite ED, oder deren Verlängerung bey b eintrift, hierauf abermals durch b, mit AE die Parallele bc ziehet, die in EF bey c einschneidet u. s. w. bis man mit allen Diagonalen fertig ist, so wird allemal das Dreyeck wie AcF, welches sich ergiebt, wenn man von A, nach dem letzten Punkt c eine gerade Linie ziehet, dem Inhalte der Figur ABCDEF gleich seyn.

Bew. Man ziehe von A nach a, b u. s. w. gerade Linien, so hat man erstlich wegen der Parallelen Ba, AC

$$\Delta\, AaC = \Delta\, ABC; \text{ mithin}$$

$$\text{I. } ACDEF + \Delta ABC = ACDEF + \Delta AaC$$

d. h.

Sechseck ABCDEF = Fünfeck AaDEF

II. Nun

II. Nun ferner, weil ab mit AD parallel

$\Delta AbD = \Delta AaD$; mithin

$ADEF + \Delta AaD = ADEF + \Delta AbD$

d. h.

Fünfeck AaDEF = Viereck AbEF

III. Eben so endlich wegen $\Delta AcE = \Delta AbE$

$\Delta AEF + \Delta AbE = \Delta AEF + \Delta AcE$

d. h.

Viereck AbEF = ΔAcF = Fünfeck AaDEF(II) =
= Sechseck ABCDEF (I)

Man siehet leicht, wie durch das gewiesene Verfahren überhaupt ein Vieleck von n Seiten, auf eines von n—1; und dieses wieder auf eines von n—2 Seiten u. s. w. gebracht wird, bis man zuletzt auf ein Dreyeck kömmt.

Zus. I. Der Satz würde seine Richtigkeit haben, wenn statt der auswärts gehenden Winkel, wie (Fig. XXVII.) auch hin und wieder einwärts gehende vorkämen, wie Fig. XXVIII. ausweiset.

Daselbst sind die Winkel bey B und D einwärtsgehend.

Man ziehe wieder, wie vorhin, mit AC, AD, AE, die Parallelen Ba, ab, bc;

so hat man nach ähnlichen Schlüssen, wie vorhin $\Delta ABC = \Delta AaC$; aber nun

$$ACDEF - \Delta ABC = ACDEF - \Delta AaC$$

d. h.

I. Sechseck $ABCDEF$ = Fünfeck $AaDEF$

$$\Delta AaD = \Delta AbD \text{; also}$$

$$ADEF + \Delta AaD = ADEF + AbD$$

oder:

II. Fünfeck $AaDEF$ = Viereck $AbEF$

$$\Delta AbE = \Delta AcE \text{; also}$$

$$\Delta AEF - \Delta AbE = \Delta AEF - \Delta AcE$$

d. h.

Viereck $AbEF = \Delta AcF$ mithin aus (II. I.)

= Sechseck $ABCDEF$

Begreiflich sind diese Schlüsse im Wesentlichen, von denen für Fig. XXVII. nicht unterschieden.

Hier in dem Beweise für Fig. XXVIII, werden nur die Dreyecke ABC, AaC, AbE, AcE, abgezogen, da sie hingegen im Beweise für Fig. XXVII. addirt wurden, d. h. Die Dreyecke ABC, AaC, AbE, AcE, in dem

dem Beweise für Fig. XXVII. negativ gesetzt, geben den Beweis für Fig. XXVIII.

Und so wird man überhaupt in jedem Falle, die Figur mag einen oder mehrere einwärtsgehende Winkel haben, den Beweis für sie eben so führen können, als man ihn von einer Figur, die eben so viel Seiten, aber lauter auswärts gehende Winkel hätte, führen würde, wenn man nur allemal überlegt, welche Dinge man in dem Beweise für lauter auswärtsgehende Winkel, als negativ ansehen müsse, damit der Beweis für einwärtsgehende Winkel heraus komme.

Zus. II. In Fig. XXVII. hat man auch

$\Delta AaD =$ Viereck $ABCDA$

$\Delta AbE =$ Fünfeck $ABCDEA$

u. s. w.

Zus. III. Das Dreyeck AFc hat mit der Figur $ABCDEF$, allemal ein gewisses Stück z. E. Fig. XXVII. $AmDEF$ gemein; Dieses beyderseits vom Dreyecke und der Figur weggenommen, läst das Stück $EDmc =$ dem Stücke $mCBA$.

So findet man nach einiger Ueberlegung, auch in Fig. XXVIII. daß die Flächenräume $ABi + tDq = iCt + Eqc$;

Das heist so viel:

Die Stücke welche das Dreyeck und die ihm gleich grosse Figur, nicht mit einander gemein haben, sind von gleicher Fläche. Ein Satz von dem wir künftig Gebrauch machen werden.

§. 296. Aufg. **Eine Figur ABCDEF (Fig. XXVII. oder Fig. XXVIII.) in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Grundlinie eine von den Seiten der Figur z.E. AF ist, dessen Spitze c aber in eine von denen der Grundlinie AF benachbarten Seiten, z.E. in EF oder deren Verlängerung, fällt.**

Aufl. Man ziehe nach der Ordnung mit denen aus A gehenden Diagonallinien AC, AD, AE, wie im vorhergehenden Lehrsatze, die Parallelen Ba, ab, bc; Bey c wo die letzte Parallele bc, in EF, oder deren Verlängerung einschneidet, ist die Spitze des Dreyecks AcF, welches am Inhalte der vorgegebenen Figur gleich ist.

Bew. Ist aus dem Lehrsatze §. 295. klar.

Zus. I. Obgleich diese Auflösung allgemein ist, die Figur mag aus- oder einwärts gehende Winkel haben, so eräugnet sich doch im letzten Falle sehr oft die Unbequemlichkeit, daß die Durchschnitte der Parallelen, mit den verlängerten Seiten, wie a, b, c, gar zu weit ausserhalb der Figur fallen, und daher oft ein

ein Rojalbogen nicht zureichen würde, die erwähnten Durchschnitte anzugeben. Es kan sich selbst der Fall eräugnen, daß eine Parallele gar nicht in die gehörige Seite einschneidet, wie wenn z. E. in (Fig XXIX.) die Punkte D und C mit A in gerader Linie lägen, oder die Diagonallinien AC und AD, zusammen fielen, wo alsdann a unendlich weit hinaus fällt. Dieser Fall schadet zwar der Allgemeinheit des Lehrsatzes §.295. gar nicht; Allein die Ausübung bedarf alsdann einiger Abänderung, von der ich in der Folge erst reden werde. Vorläufig wird also die Auflösung dieser Aufgabe, nur auf solche Figuren anwendbar seyn, die lauter auswärts gehende Winkel haben, wo sich die erwähnte Schwierigkeiten nicht vorfinden, weil da niemals ein paar Diagonallinien zusammen fallen.

Zus. II. Man gedenke sich durch F (Fig. XXVII. XXVIII.) eine willkührliche gerade Linie Fh, und durch c mit AF, die Parallele ch gezogen, so ist, wenn man Ah ziehet, das Dreyeck AFc = AFh; Also auch AFh der Figur ABCDEF gleich, d. h. **Die Figur kan in ein Dreyeck verwandelt werden, dessen Grundlinie eine von den Seiten der Figur AF ist, dessen Spitze h aber in eine willkürliche durch F gezogene Linie fällt.**

§. 297. Aufgabe. Eine vorgegebene Figur ABCDEFGH (Fig. XXX.) die lauter auswärts gehende Winkel hat, in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer von den Ecken der Figur z. E. in A befindet, dessen Grundlinie aber, längst einer von den Seiten der Figur, z. E. längst DE fällt.

Aufl. I. Man gedenke sich von A nach E und D gerade Linien gezogen, so liegt linker Hand AE, ein Theil von dem Umfange der Figur, AHGFE, und eben so rechter Hand AD, der Theil ABCD.

II. Beyde Stücke AEFGHA, ADCBA, verwandele man in Dreyecke; ersteres in ein Dreyeck, dessen Grundlinie AE wäre, und die Spitze in EM, oder in die Verlängerung von ED fiele; das andere Stück rechter Hand AD, aber in eines, dessen Grundlinie AD wäre, und die Spitze ebenfalls in die Verlängerung von ED, längst DN, fiele.

III. Diese Verwandlungen können, weil lauter auswärtsgehende Winkel vorhanden sind, nach §. 296. bewerkstelliget werden, wenn man nach der Ordnung mit den Diagonalen AG, AF, AE, die Parallelen Ha, ab, bc, und mit den Diagonalen AC, AD, die Parallelen Bα, $\alpha\beta$ ziehet.

So

So ist, wenn man von A nach c und β gerade Linien ziehet das $\Delta AcE = AHGFEA$; das $\Delta AD\beta = ABCDA$ (§. 296.). Mithin $\Delta AcE + \Delta AED + \Delta AD\beta$, oder $\Delta cA\beta =$ dem Inhalte der Figur.

Zus. I. Wenn die Figur einwärtsgehende Winkel hätte, von der Beschaffenheit, daß die Unbequemlichkeiten (§. 296. Zus. I.) sich nicht eräugneten, so könnte man vermittelst eben dieses Verfahrens (III.) die Figur in ein Dreyeck verwandeln. Um sich hiebey nicht zu irren, so muß man an die Durchschnitte auf den verlängerten Seiten, nemlich an a, b, c u. s. w. nach der Ordnung die Zahlen 1, 2, 3 u. s. w. schreiben, um anzudeuten, daß a zur ersten Parallele Ha, b zur zwoten ab u. s. w. gehöre. Ohne diese Vorsicht, mögte man sonst leicht mit einer gewissen Diagonale, eine unrechte Parallele ziehen. So aber weis man immer, welcher der letzte Durchschnitt war, durch den man allemal mit der neuen Diagonale parallel ziehet.

Zus. II. Weil $\Delta AEc = AHGFEA$, so hat man vermittelst des bisher gewiesenen Verfahrens, die gebrochenen Gränzen AHGFE, gleichsam in die geradlinigte Ac, verwandelt, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur. Eben so die gebrochene Gränze ABCD in die geradlinigte $A\beta$.

§. 297.

§. 298. Aufgabe. Die Aufgabe des 296 §es, im Falle die Unbequemlichkeiten mit den einwärtsgehenden Winkeln (§. 296. Zus. I.) statt finden sollten, aufzulösen.

Aufl. I. Es sey (Fig. XXI.) ABCDEFGH die Figur, welche man in ein Dreyeck verwandeln soll, dessen Grundlinie AH ist, und dessen Spitze in GH, oder deren Verlängerung fällt. Bey D und F befinden sich einwärts gehende Winkel.

II. Hier muß man nun erstlich suchen, diese einwärts gehenden Winkel wegzuschaffen.

Man ziehe durch D mit CE eine Parallele. — Ich setze nun, daß diese Parallele in eine von denen, dem Winkel CDE benachbarten Seiten CB oder EF einschneidet; Es geschehe dieses z. E. auf CB bey a; Man ziehe hierauf Ea, so ist △Cra = △ErD, mithin die Figur EaBAHGFE der vorgegebenen (I.) gleich, und hat jetzt nur noch den einwärts gehenden Winkel F.

III. Schnitte die Parallele durch D auch in EF ein, so würde man auf eine ähnliche Art von C, nach diesem Durchschnitte eine gerade Linie ziehen, und auch den einwärts gehenden Winkel D weggeschafft haben.

IV. Um

IV. Um nun noch den Winkel F wegzuschaffen; so ziehe man mit EG eine Parallele durch F. Schneidet diese abermals in die benachbarten Seiten (die nun jetzt Ea und GH sind), z. E. in Ea, bey m, oder in GH bey n, so wird im erstern Falle von G nach m, im andern von E nach n eine gerade Linie gezogen, und in beyden Fällen wird der einwärts gehende Winkel F weggeschaft seyn, so daß die in (II.) erhaltene Figur EaBAHGFE, sich in EaBAHnE, oder in GmaBAHG, worinn lauter auswärts gehende Winkel vorkommen, verwandelt. — Eine von beyden kan man nun nach dem 296. §. in das verlangte Dreyeck verwandeln, welches denn der in (I.) gegebenen Figur gleich seyn wird.

V. Wenn aber die durch D mit CE parallel gezogene Linie (Fig. XXXII.) die benachbarten Seiten (II.) gar nicht schneidet (von Verlängerungen dieser Seiten ist hier die Rede nicht), so wird doch gewiß eine mit BD durch C parallel gezogene Linie in ED eintreffen. Es geschehe dieses bey a. Ziehet man nun Ba, so ist wegen $\Delta BCr = \Delta Dra$, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, die Gränze BCDE in BaE verwandelt. Bey a wird aber nun ein einwärts gehender Winkel BaE seyn, der sich nach (II.) wird wegschaffen lassen. Man ziehe mit BE durch a eine Parallele;

rallele; Sie schneidet die dem Winkel BaE benachbarte Linie BA in b. Ziehet man nun Eb, so ist ferner ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, die gebrochene Gränze BaE, und folglich auch die BCDE in die geradlinigte Eb verwandelt; und es bleibt nun noch der bey F sich befindende einwärts gehende Winkel wegzuschaffen, oder die gebrochene Gränze EFG in eine geradlinigte zu verwandeln übrig.

VI. Die mit EG durch F gezogene Parallele, schneidet hier so wohl Eb (V), als auch GH. Letztere in c. Man ziehe Ec, so ist der Winkel EFG weggeschafft: Und nun endlich die Figur cEbAHc, der vorgegebenen GFEDCBAH gleich, und von einwärts gehenden Winkeln befreyt: wo man denn cEbAHc nach §. 296. in das verlangte Dreyeck verwandeln kan.

VII. Wenn in der vorgegebenen Figur mehrere einwärts gehende Winkel, C, D, E (Fig. XXXIII) nach der Reihe auf einander folgen, so schafft man einen nach dem andern nach (II. oder V.) fort: oder wie man es sonst am bequemsten findet. Hier würde ich mit BD durch C eine Parallele, und durch E mit FD eine Parallele ziehen. Erstere schneidet BA in a, die andere FG in c; ziehet man nun Da und Dc, so ist die gebrochene

brochene Gränze BCDEF, in die aDc verwandelt. Diesen einwärts gehenden Winkel aDc aber ferner wegzuschaffen, müste man wohl nach (V.) verfahren, weil die mit ac durch D gezogene Parallele, weder zwischen a und A, noch zwischen c und G einschneidet. Hier würde ich also mit GD durch c eine Parallele ziehen. Sie schneide Da in m, so wäre erstlich die gebrochene Gränze GcD, in die geradlinigte Gm verwandelt, und man hätte nur noch den Winkel Gma wegzuschaffen. Man ziehe also ferner mit Ga durch m eine Parallele; Sie schneidet GH in r; Wenn ich endlich ar ziehe, so sind alle einwärts gehenden Winkel weggeschafft, und man hat also nur die Figur AHra in einen Triangel zu verwandeln nach (§. 297).

VIII. Wer das bisherige wohl eingesehen hat, der wird leicht in jedem Falle beurtheilen, wie er es am bequemsten anzufangen habe, daß die einwärts gehenden Winkel wegfallen, und statt der vorgegebenen Figur, endlich eine herauskomme, die lauter auswärts gehende Winkel hat.

Um die Figuren nicht mit gar zu vielen Linien, undeutlich zu machen, so habe ich einige Parallelen nicht würklich ausgezogen, sondern nur blos ihre Durchschnitte auf den gehörigen Seiten der Figur angegeben.

Man siehet leicht, daß die bisherige Wegschaffung der Winkel immer auf den Satz beruhet, daß, wenn z. E. durch die Spitze eines beliebigen Winkels C (Fig. XXXIV.) mit der durch beyde benachbarte Spitzen B, D, gehenden Linie BD, eine Parallele nCm gezogen wird, welche in die dem Winkel DCB benachbarte Seiten DE, AB, bey m oder n einschneidet, alsdann eine entweder von B nach m, oder von D nach n gezogene gerade Linie, die gebrochene Gränze BCD, allemal, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, in die geradlinigten Bm, oder Dn, verwandelt. Denn weil nm mit BD parallel, so ist △BDM allemal = △BDC, mithin nach Abziehung des gemeinschaftlichen Dreyecks BrD, das △Drm = △BrC, und folglich die Figur ABCDE u. s. w. = der Figur ABmE u. s. w. Und eben so auch die Figur ABCDE u. s. w. = AnDE u. s. w.

Auch in (V), wo die Parallele nicht in die benachbarten Seiten einschneidet, wird man doch die Anwendung dieses Satzes wahrnehmen, und so überall in dem bisherigen (VI. VII. VIII.)

§. 299. Aufgabe. Eine jede Figur, die auch einwärts gehende Winkel hat, in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze in einer

ner willkührlichen Ecke der Figur liegt, die Grundlinie aber längst einer gegebenen Seite der Figur fällt, die beyden Seiten natürlicher Weise ausgenommen, die an der erwähnten Ecke unmittelbar anliegen.

Aufl. I. Es sey (Fig. XXXV.) die Fläche ABCD u. s. w. in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze bey A, und die Grundlinie längst NH falle.

II. Man gedenke sich von A innerhalb der Figur eine gerade Linie AV gezogen, die NH in V schneidet, so liegt

III. Auf der einen Seite von AV ein Stück der Figur, nemlich ABCDEFGHV, welches man in ein Dreyeck verwandele, dessen Grundlinie AV wäre, und die Spitze in die gerade Linie HN, oder deren Verlängerung falle.

IV. Rechter Hand AV, liegt hier das Stück AIKLMN. Auch dieses verwandele man in ein Dreyeck, dessen Grundlinie AV wäre, und die Spitze längst HN falle, so wird die Aufgabe aufgelöset seyn.

V. Erst muß man aber, damit nach §. 297. verfahren werden kan, die einwärts gehenden Winkel, aus den Stücken (III. IV.) wegschaffen. (§. 298.)

Hier würde ich so verfahren:

VI. Die durch D gehende Parallele mit CE, schneidet CB in a. Ziehet man nun Ea, so ist die gebrochene Gränze BCDE in BaE verwandelt.

VII. Eine Parallele mit BE durch a schneidet EF in b. Zöge man nun Bb, so wäre die gebrochene Gränze BaE (VI.) ferner in Bb verwandelt.

VIII. Die Parallele mit Gb durch F schneidet Bb (VII.) in c. Zöge man nun Gc, so wäre die Gränze GFb in Gc verwandelt, und statt des Umfanges GFEDCB hätte man nun bloß GcB.

IX. Eine Parallele mit GB durch c schneidet BA in d; So wäre nun ferner GcB in Gd verwandelt, und es wäre nun noch blos HGd, durch eine Parallele mit Hd durch G, die NH in e schneidet, in die geradlinigte Gränze ed zu verwandeln, wo denn die Figur AdeV= dem Stücke (III.).

X. Eben so verwandelte man die Gränze IKL erst in Lα; Nun ferner MLα in Mβ, und endlich NMβ, in $\beta\gamma$. So ist AβVγ= dem Stück AIKLMNV.

XI. Diese Figur Ade$\gamma\beta$A kan man nun nach §. 297, in einen Triangel verwandeln,

deln, wenn man mit den Diagonalen Ae, Aγ, durch d und β Parallelen bis an die Verlängerung von HN ziehet; Wenn diese in k und m, einschneiden, so ist kAm der verlangte Triangel = Adeγ βA = der in (I.) vorgegebenen Figur.

Vergleichung dieses Verfahrens mit der §. 297. angegebenen Methode, wenn man solche auch auf gegenwärtige Figur anwenden wollte.

§. 200. Ich will hier dieselbe Figur, vermittelst des Verfahrens (§. 297.) in ein Dreyeck verwandeln.

I. Ich ziehe mit der ersten Diagonale AC durch B eine Parallele, die in die Verlängerung von DC bey 1 eintrift. — Es ist klar, daß man dadurch die gebrochene Gränze ABC, in die geradlinigte A1 würde verwandelt haben, so daß die Figur ABCDE u. s. w. auf die A1DE u. s. w. gebracht wäre.

II. Nun ziehe ich ferner mit der zwoten Diagonale AD, eine Parallele durch 1, welche in die Verlängerung von ED bey 2 einschneidet. — Zöge man nun von A nach 2, so wäre ohne Nachtheil des Inhalts der Figur

 aber-

abermals die gebrochene Gränze A1D (I.) in die geradlinigte A 2 verwandelt.

III. Die Parallele mit der dritten Diagonale AE, durch 2, schneidet die Verlängerung von EF bey 3 — die Parallele durch 3 mit der vierten Diagonale AF, schneidet die verlängerte GF bey 4.

IV. Bis hieher gieng das Verfahren des 297 §. auch bey den einwärts gehenden Winkeln noch immer gut von statten. Nun aber eräugnet sich die Schwierigkeit, daß, wenn man ferner durch den Punkt 4 mit der Diagonale AG eine Parallele ziehen wollte, solche gar nicht, oder wenigstens sehr weit entfernt, in die verlängerte GH einschneiden würde, weil AG mit GH beynahe in einer geraden Linie liegt.

Hier überlege man nun folgendes:

V. Man gedenke sich die gerade Linie A4 gezogen, so ist dies die geradlinigte Gränze, in welche nach dem bisherigen Verfahren die Gebrochene von A bis F verwandelt worden ist, d. h. die Figur ABCDEFGH u. s. w. ist = A4GH u. s. w. weil nemlich, wie sich nach und nach erweisen läßt, das Stück Fläche ABCr = r4FEDr wird.

Man hätte also nun eigentlich die gebrochene Gränze A4GH in eine geradlinigte zu ver-

verwandeln, welches nun durch Wegschaffung des einwärts gehenden Winkels G nach (§. 298.) auf folgende Art geschiehet.

Man ziehe mit H4 durch G eine Parallele. — Sie schneidet HN in 5; zöge man nun von 4 bis 5 eine gerade Linie, so wäre der einwärts gehende Winkel G weggeschaft, und man hätte endlich noch die gebrochene Gränze A45 weg zu schaffen, indem man mit A5 durch 4 bis an die verlängerte NH eine Parallele ziehet, und nun nach dem Durchschnitt k, von A eine gerade Linie Ak, welches also endlich die geradlinigte Gränze wäre, die statt der gebrochenen zwischen A und H gesetzt werden kan.

VII. Eben so würde nun die gebrochene Gränze AIKL u. s. w. reducirt.

Mit der Diagonale AK, gehet durch I die Parallele lá, mit AL durch á die Parallele áb';

Die Parallele mit AM durch b', würde in die Verlängerung von MN sehr weit einschneiden. Ueberlegt man indessen, daß, wenn man Ab' zöge, die Gränze AIKLMN eigentlich auf Ab'MN bisher reducirt worden ist, so würde man nun die nach §. 297. durch b' mit AM parallel zu ziehende Linie weglassen; und dagegen nach §. 298, den einwärts

wärts gehenden Winkel b'MN wegschaffen, und endlich die gebrochene Gränze Ab'MN in die geradlinigte Am verwandeln.

VIII. Wenn man dieses Verfahren mit dem im vorhergehenden §. vergleicht, so siehet man leicht, daß es sich von jenem darinnen unscheidet, daß dorten alle zur Verwandlung der gebrochenen Gränze in eine geradlinigte, nöthigen Parallelen, so gezogen und ausgewählet wurden, daß sie unmittelbar in die Seiten der Figur einschneiden, hier hingegen die Parallelen auch in die Verlängerungen der Seiten eintreffen. In so fern, hat nun das erste Verfahren, vor dem zweiten Vorzüge, weil es weniger Raum auf dem Papiere erfordert; da hingegen bey dem anderen Verfahren, wo man nach der Ordnung mit den aus einem einzigen Punkte der Figur gehenden Diagonalen, Parallelen ziehet, deren Durchschnitte mit den verlängerten Seiten oft weit hinausfallen. Hingegen sind bey dem ersteren Verfahren zur Wegschaffung der gebrochenen Gränze oft mehrere Linien zu ziehen nöthig, und die bequemste Art, die verschiedenen einwärts gehenden Winkel wegzubringen, erfordert manchesmal viel Aufmerksamkeit, da sich hingegen das zweite Verfahren wieder durch seine Simplicität empfiehlt, weil man immer von einer Diagonale auf die nächstfolgende fortgehet, und

durch

durch den nächstvorhergehenden Durchschnitt, mit ihr eine Parallele ziehet, die denn auf der gehörig verlängerten Seite, den folgenden Durchschnitt giebt. (I. II. III.)

Ich denke also, wenn man nach Verhältnis der Umstände beyde Verfahren mit einander verbindet, so wird man auch beyder Vortheile mit einander vereinigen; An solchen Stellen, wo also die Durchschnitte der Parallelen nicht ausserhalb des Papieres fallen, kan man das Verfahren §.297. gebrauchen — und in andern Fällen das §.298, wie z. E. in (IV.) und (VII.) geschehen ist.

Anmerkung.

§. 301. Die bisherige Methode, Figuren in gleichgrosse Dreyecke zu verwandeln, hat mein seel. Vater in einer der Königl. Societät der Wiss. in Göttingen vorgelesenen Abhandlung gewiesen. Daß man in ältern Schriften schon ähnliche Aufgaben, aber nicht in der Allgemeinheit, und Anwendung auf alle Gattungen geradlinigter Figuren, in der sie mein Vater vorgetragen hat, findet, ist wohl nicht zu läugnen. Ihm aber deswegen das Verdienst, diese Aufgaben sehr erweitert zu haben, schmälern zu wollen, wie es Herr Wilke in einer 1756 zu Halle herausgegebenen Schrift über die Verwandlung und

Theilung der Felder, noch mehr aber in einer bey Gelegenheit einer Recension über die erwähnte Schrift von ihm herausgekommenen Vertheidigung, gethan hat, ist, auserdem, daß sich Herr W. diese Erfindung zueignen wollte, ein Umstand, der öffter in der Gelehrtenrepublik vorfällt.

Wie weit sich ihr Gebrauch, bey Feldertheilungen u. dgl. erstrecket, wird sich in der Folge ausweisen.

Daß die Berechnung des Flächeninhalts einer Figur, dadurch erleichtert wird, daß man sie vorher in ein Dreyeck verwandelt, welches man demnächst ausrechnet, verstehet sich von selbst.

Die Parallelen müssen freylich mit der nöthigen Vorsicht gezogen werden, wenn das Dreyeck den Inhalt der Figur so genau geben soll, als man ihn unmittelbar finden würde.

Zu wünschen wäre es, daß die Anwendung davon auf krummlinigte Figuren brauchbarer wäre. Denn ob man zwar gleich den Umfang einer krummlinigten Figur in lauter kleine Stücke, die man als geradlinigt ansehen darf, zerlegen, und solchergestalt die Verwandlung der krummlinigten Figur, auf die Verwandlung einer geradlinigten bringen

kan,

kan, so wird man doch finden, daß, wegen der vielen kleinen Stücke, aus denen man sich den Umfang zusammengesetzt gedenket, die Arbeit nach den vorhergehenden Methoden immer sehr mühsam bleibt. — Ich werde daher suchen, so wohl die Verwandlung der geradlinigten, als auch krummlinigten Figuren, anitzt auf eine leichtere Art zu behandeln.

Ein sehr bequemes Verfahren, eine jede Figur in ein gleichgrosses Rechteck und folglich auch in ein Dreyeck zu verwandeln.

§. 302. Um zu zeigen, worauf das Wesentliche dieses Verfahrens ankömmt, so werde ich erstlich die Verwandlung eines Trapezii, welches zwo parallele Seiten hat, vortragen.

Aufgabe. Ein Trapezium (Fig. XXXVI.) ABCD, wo AB mit CD parallel ist, in ein gleichgrosses Rechteck, dessen eine Seite gegeben ist, zu verwandeln.

Aufl. I. Man ziehe willkührlich YZ auf beyde AB, CD gemeinschaftlich senkrecht;

II. so ist Ya die Höhe des Trapezii.

III. Ge-

III. Gesetzt nun, des Rechtecks Grundlinie solle = YZ seyn. Man errichte durch Z eine senkrechte Linie Rr; wie groß wird nun die Höhe des Rechtecks (die längst Rr fallen wird) seyn müssen, damit es an Fläche dem vorgegebenen Trapezio gleich ist?

IV. Man halbire BC, und AD, bey α und β, und ziehe durch α, β, mit YZ, Parallelen, welche Rr bey γ und δ durchschneiden.

V. Von Y ziehe man nach γ und δ gerade Linien, die CD in m und n durchschneiden; so wird mn die gesuchte Höhe des Rechtecks seyn, dergestalt, daß, wenn man durch m, n, mit YZ Parallelen ziehet, das Rechteck KLMN, dem Trapezio ABCD gleich seyn wird.

VI. Bew. Die Fläche des Trapezii ist (§. 276.) $= \frac{AB + CD}{2}$. Ya. d. h. die mittlere arithmetische Proportionallinie zwischen AB und CD; multiplicirt mit Ya.

VII. Weil nun BC und AD bey α und β halbirt worden sind, so ist $\alpha\beta$ diese mittlere Proportionale; nemlich $\alpha\beta = \frac{AB + BC}{2}$ $= \gamma\delta$ (IV).

VIII.

VIII. Also die Fläche des Trapez. = Ya . $\gamma\delta$.

IX. Nun ist in dem Dreyeck $\delta\gamma$Y; weil mn parallel mit $\gamma\delta$

$$Ya : mn = YZ : \delta\gamma;\ \text{also}$$

$$Ya . \delta\gamma = YZ . mn\ \text{oder}$$

die Fläche des Trapezii (VIII.) = YZ . mn = einem Rectangel dessen Grundlinie = YZ, und die Höhe = mn. also das Trapezium = dem Rectangel MKLN.

Zus. I. Es ist auch wie sich leicht erweisen läst; das Rectangel KLYZ = Trapez. YBaC; und YZMN = YAaD.

Zus. II. Wenn die Punkte B und A, bey Y zusammen fielen; und man also statt des Trapezii, das Dreyeck CYD in ein gleich grosses Rectangel, dessen Grundlinie = YZ zu verwandeln hätte, so würde die Auflösung dieselbe bleiben. In diesem Falle halbirte man YC, und YD, und verführe wie vorhin, um die Höhe des Rechtecks zu finden.

§. 303. Aufgabe. Es sey nun (Fig. XXXVII.) das Vieleck ABCDEFIKLA in ein Rechteck zu verwandeln, dessen Höhe längst einer beliebigen Seite der Figur z. E. längst FI fällt, die Grundlinie aber einem Per-

Perpendikel von einer beliebigen Ecke der Figur A auf IF gezogen, oder = AZ seye.

Aufl. I. Um die Höhe des Rechtecks zu erhalten, verfahre man auf folgende Art.

Man verlängere erstlich FI unbestimmt, und halbire nun nach der Ordnung die Seiten AB, BC, CD, DE, EF bey $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$.

II. Man fälle von B, C, D, E, auf AZ Perpendikulairlinien herunter, die also insgesamt der verlängerten FI parallel seyn werden.

III. An AZ lege man ein Parallellinial, oder ein hölzernes Dreyeck, und ziehe durch $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, Parallelen mit AZ (§. 64.) und bemerke ihre Durchschnitte auf der Verlängerung von ZF, nach der Ordnung mit Zahlen 1, 2, 3, 4, 5.

Die Parallelen sind nemlich $\alpha 1$; $\beta 2$, $\gamma 3$, $\delta 4$, $\varepsilon 5$.

IV. Man lege nun an A1 ein Linial, und bemerke dessen Durchschnitt m auf dem ersten Perpendikel Bb.

Hierauf lege man es an A2, und ziehe durch m, mit A2 eine Parallele mn, welche das zweyte Perpendikel Cc, bey n durchschneidet.

Fer-

Ferner ziehe man mit A3 durch n, die Parallele no, bis an das dritte Perpendikel; u. s. w.

So wird endlich die durch p mit A5 gezogene Parallele, das letzte Perpendikel in q durchschneiden; und Zq wird die Höhe eines Rectangels AZqQ seyn, welches dem Raume ABCDEFZA, oder der Summe der Trapezien ABb; BbCc; CcDd; DdEe; EeFZ gleich seyn wird.

V. Bew. Das Dreyeck ABb = dem Rechteck AZ.bm. (§.302. Z. II.)

VI. Man gedenke sich durch b, mit mn, oder mit A2 (IV.) eine Parallele bν; so ist AZ : Z2 = bc : cν; Also AZ.cν = Z2. bc. Aber Z2 ist die mittlere arithmetische Proportionale zwischen Bb und Cc (§. 302.). Mithin das Rectangel AZ. cν = dem Trapez. BbCc.

Aber nν = bm; Also AZ. nν = AZ. bm = dem Dreyeck ABb (V).

Mithin AZ. (cν + νn) oder AZ. cn = ΔABb + Trapez. BbCc.

Wenn man sich auf eine ähnliche Art, durch c mit no eine Parallele vorstellt, so erhellet völlig nach ähnlichen Schlüssen, daß das

das Rechteck AZ.do = Δ ABb + Trapez. Bb Cc + Tr. Cc Dd.

und so endlich auch das Rechteck AZ.Zq = Δ ABb + Tr. Bb Cc + Tr. Cc Dd u. s. w. + Tr. Ee ZF

oder das Rechteck AQZq = der Figur ABCDEFZA.

VII. Auf eben die Art verwandelt man den Raum ALKIZA, in das Rechteck AZMN, indem man von L, K, u. s. w. Perpendikulairlinien auf AZ herabfällt, die Seiten AL, LK u. s. w. halbiret, und wie vorhin verfährt.

VIII. So ist demnach das ganze Rectangel MQNq der vorgegebenen Figur gleich.

Zus. I. 1. Die bisherigen Schlüsse gelten, die Figur mag ein- oder auswärts gehende Winkel haben, wie man will.

Zur Erläuterung mag noch die Figur ABCDEF (Fig. XXXVIII.) dienen.

2. Hier sind wieder die Seiten AB, BC, CD, DE nach der Ordnung bey $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ halbirt, und die mit AF parallel gehenden Linien $\alpha 1$, $\beta 2$, $\gamma 3$, $\delta 4$, gezogen.

Hier ist nun der Fall, daß das Perpendikel von B, oder Bb, durch A gehet; und das Perpendikel Cc linker Hand A fällt.

3. Legt

3. Legt man also an A 1 wie vorhin (IV.) das Linial, so durchschneidet A 1 die Bb sogleich selbst bey A;

Nun ziehet man mit A 2, eine Parallele durch den eben erhaltenen Punkt A. Sie schneidet die auf Bb folgende Perpendikularhöhe Cc bey n.

Hier fällt also n unterhalb AF.

4. Die Parallele mit A 3 durch n schneidet Dd bey o; die Parallele mit A 4 durch o schneidet FE bey q; und das gesuchte Rechteck ist AKqF.

5. Daß hier die besondern Umstände, daß Bb durch A gehet, und Cc linker Hand A fällt, in obigen Beweise (V) nichts wesentliches verändern, wird folgendermaassen erhellen.

6. Weil F 2 die mittlere Proportionale zwischen AB und Cc, oder zwischen Bb und Cc ist, und AF : bc = F 2 : cn; (3) so ist das Rechteck AF . cn = Trap. ABCc.

7. Nun gedenke man sich cω parallel mit no, oder mit A 3 (4) so ist AF : F 3 = cd : dω oder welches einerley ist $AF : \frac{Cc + Dd}{2} = cd : d\omega$ mithin das Rechteck AF . dω = dem Trap. CcDd.

8. Also wegen $do = d\omega - o\omega = d\omega - cn$.

Wird das Rectangel $AF.do = AF.d\omega - AF.cn$ = dem Trap. CcDd — Trap. ABCc (6.7) oder

das Rectangel $AF.do$ = dem Raume ABCDdA.

9. Und so ferner das Rectangel AF.Fq, oder AFKq = dem Raume (8.) + Trap. DdEF also = der vorgegebenen Figur ABCDEFA.

10. Man siehet leicht, daß gegenwärtiger Beweis in der Hauptsache von dem obigen der Aufgabe (§. 303.) nicht wesentlich unterschieden ist. Er verwandelt sich völlig in jenen, wenn man nur das dortige $bm = o$, und das dortige cn negativ setzet, weil hier der Einschnitt n, unterhalb AF fällt, und b und A zusammen fallen.

Zus. II. Wolte man die Figur (§.303.) in ein gleich grosses Dreyeck verwandeln, dessen Spitze in A (Fig. XXXVII.) und die Grundlinie längst der Seite 1F fallen sollte, so dürfte man nur $Zq = qr$; $ZN = Ns$ nehmen, und Ar, As ziehen, so wäre das ΔAsr = dem Rechtecke MQNq, also = der vorgegebenen Figur. Da wären also auch die gebrochenen Gränzen ABCDEF; ALKI, in die geradlinigten Ar, As verwandelt.

An-

Anmerkung.

§. 304. Das Verfahren (§. 303.), eine Figur in ein gleich grosses Rechteck, und folglich auch in ein Dreyeck (Zus. II.) zu verwandeln, ist ohnstreitig weit einfacher und zur Ausübung bequemer, als die Auflösung (§. 297). Dabey mögen die Winkel an der Figur aus- oder einwärts gehende seyn, wie man will, so bleibt die Konstruktion immer dieselbe (§. 303. und das. Zus. I.). Auch die Gefahr sich zu irren, ist hier weniger zu befürchten, und in der Figur selbst brauchen keine andere Linien, als die Perpendikel Bb, Cc u. s. w. ganz ausgezogen zu werden, so wie denn überhaupt die Konstruktion des Rechtecks, bey weiten nicht so viel Raum auf dem Papiere einnimt, als es unterweilen bey obigen Verfahren (§. 297.) wegen den Verlängerungen der Seiten erfordert wird.

Was aber gegenwärtiges Verfahren vorzüglich empfiehlt, ist dessen bequeme Anwendung auf die Verwandlung krummlinigter Figuren in gleich grosse Rechtecke.

Es seyen (Fig. XXXVII.) die Punkte A, B, C, D u. s. w. in dem Umfange einer krummen Linie, so nahe neben einander angenommen, daß man, die Bogen AB, BC, CD u. s. w. ohne beträchtlichen Irrthum für gerade annehmen darf. Halbirt man nun die

Bogen, oder vielmehr die Sehnen AB, BC u. s. w. und verfährt wie vorhin, in Bestimmung der auf die Ordinaten Bb, Cc, u.s.w. zu liegen kommenden Punkte m, n, o, p, q so wird das Rectangel AZQq, der krummlinigten Figur ABCDEFZA, desto näher kommen, je näher man die Punkte A, B, C, u. s. w. neben einander angenommen hat.

Konstruktion der Formel
(§. 283. IV.)

§. 305. I. Längst der Abscissenlinie AE einer krummen Linie Abcde (Fig. XXXIX.) seyen lauter gleiche Theile AB = BC = CD = DE genommen, von einer solchen Grösse, daß die Stücke der krummen Linie zwischen den Ordinaten Bb, Cc, u. s. w. ohne merklichen Fehler als gerade Linien angesehen werden dürfen.

II. Wenn man AE = x nennet, und x hier, zu n = 4 gleichen Theilen nimmt, so ist, weil hier die Ordinate bey A = o, der Flächenraum bis an die Ordinate Ee, oder

$$AbcdeEA = (\tfrac{1}{2}E + B + C + D)\frac{x}{n}.$$ (§. 283. IV.); wo die Ordinaten Bb = B; Cc = C; Dd = D; Ee = E.

III. Gesetzt nun der Raum AbcdeEA; solle in ein Rectangel verwandelt werden,

dessen

dessen Grundlinie = A E = x; Wie groß wird die Höhe desselben = y seyn?

IV. Die Fläche des gesuchten Rechtecks ist = x . y.

Also soll seyn $xy = (\frac{1}{2}E + B + C + D)\frac{x}{n}$ mithin

$$y = \frac{B}{n} + \frac{C}{n} + \frac{D}{n} + \frac{\frac{1}{2}E}{n}$$

V. Auf der verlängerten Abscissenlinie E A, nehme man also $A\beta = AD$; $A\gamma = AC$; $A\delta = AB$; und halbire $Ee = E$ bey ε.

VI. Man ziehe mit βb, durch A eine Parallele, welche B b in 1 durchschneidet, nun mit γc durch 1 eine Parallele welche C c in 2 durchschneidet, durch 2 ferner eine Parallele mit δd, die D d bey 3 durchschneidet u. s. w. endlich, mit $A\varepsilon$ eine Parallele durch 3, welche in E e bey 4 eintrift, so wird E 4, die gesuchte Höhe des Rechtecks A m E 4 seyn, welches dem Flächenraume (II.) gleich ist.

Bew. VII. Es ist $\beta B : Bb = AB : B1$; (VI); Aber weil βB so viel gleiche Theile als AE enthält (V); so ist $\beta B = n . AB$; mithin $AB = \frac{1}{n}\beta B$; folglich auch $B1 = \frac{1}{n}Bb = \frac{1}{n}B$.

VIII. Man gedenke sich durch B mit γc, oder mit der Linie durch die Punkte 1, 2 (VI); eine Parallele B r, so ist wegen

$\gamma C : Cc = BC : Cr$ oder wegen
$n.BC : Cc = BC : Cr$

$Cr = \frac{1}{n} Cc = \frac{1}{n} C$; folglich wegen $r2 = B1 = \frac{1}{n} B$, die Linie $C2 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C$.

IX. Und so ferner nach ähnlichen Schlüssen

$$D3 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C + \frac{1}{n} D$$

$$E4 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C + \frac{1}{n} D + \frac{\frac{1}{2} E}{n} = y \text{ (IV)}.$$

Also E4 die gesuchte Höhe des Rechtecks.

Anmerkung.

§. 306. Daß die bisherige Aufgabe dienen kan, die Fläche einer krummlinigten Figur, durch Berechnung des ihr gleich grossen durch Zeichnung gefundenen Rechtecks, zu bestimmen, ohne daß man, wie sonst, Ordinaten zu messen braucht, wird von selbst erhellen.

Die Aufgabe §. 303. hat auch Herr **Lambert** (Beyträge zur Mathematik III. Th. p. 60.) abgehandelt. — Daß aber meine Konstruktion leichter und einfacher als die Lambertische ist, wird aus der Vergleichung beyder zu ersehen seyn.

XXVIII. Kapitel.

Theilung der Felder durch Rechnung.

§. 307. Eine der wichtigsten und häufigsten Aufgaben in der Feldmeßkunst besteht darinnen, von einem vorgegebenen Stücke Landes einen verlangten Theil abzuschneiden, oder es selbst in mehrere Theile einzutheilen, die entweder von gleicher Grösse seyn, oder gegen einander gegebene Verhältnisse haben sollen.

In Rücksicht der Theilungslinien können nun allerley Bedingungen vorkommen.

Die gewöhnlichste und zugleich brauchbarste ist, daß die Theilungsgränzen nicht gebrochen, sondern gerade, und so viel als möglich mit einander parallel laufen sollen, es müsten denn die parallelen Theilungsgränzen bey gewissen Arten von Figuren Unbequemlichkeiten haben, die zu vermeiden, man lieber die Theilungslinien anders nähme.

Auch kan der Fall vorkommen, daß alle Theilungslinien sich in einem gewissen Punkte durchschneiden, oder daß sie alle an eine gegebene Seite der Figur anstossen sollen, wie

wenn z. E. längst dieser Seite ein Weiher läge oder ein Fluß vorbey gienge, den die Interessenten gemeinschaftlich auf eine bequeme Art nützen wollten u. dgl. so daß jeder Interessent sogleich von seinem Grundstücke aus, hinfahren könnte, ohne seines Nachbars Grund und Boden zu berühren.

Diese und ähnliche Fälle werde ich nun erst durch Rechnung aufzulösen suchen, und dann im folgenden Kapitel zeigen, wie man sie auch durch blosse Zeichnung bewerkstelligen könnte.

§. 308. **Aufg.** Ein Trapezium (Fig. XL.) welches zwo parallele Seiten AB und CD hat, dergestalt zu theilen, daß das Stück ABHE einen gegebenen Inhalt = p habe, und die Theilungslinie HE mit AB parallel laufe.

Aufl. I. Man fälle AG auf CD senkrecht und nenne die Seiten AB = a, CD = b; HE = y, die ganze Höhe AG = c; die Entfernung der zu suchenden Theilungslinie HE von der Seite AB; oder AF = x.

II. Man gedenke sich AM mit BD parallel, so ist CM = CD — AB = b—a,

HL = HE — AB = y—a.

Nun

Nun in dem Dreyecke ACM

$CM : HL = AG : AF$; oder

$b-a : y-a = c : x$; also

$$x = \frac{c.(y-a)}{b-a}$$

III. Die Fläche des Trapezii ABHE ist

$$\frac{HE+AB}{2}.AF = \frac{(y+a)}{2}.x = \frac{(y+a)(y-a)c}{2(b-a)} \text{ (II.)}$$

oder wegen $(y+a)(y-a) = y^2 - a^2$

die Fläche des Trapez. $= \frac{c(y^2-a^2)}{2(b-a)}$

IV. Dieses Trapezium soll nun den Inhalt p haben, folglich muß seyn

$$\frac{c(y^2-a^2)}{2(b-a)} = p \text{ oder}$$

$$y^2 - a^2 = \frac{2(b-a)p}{c}$$

mithin $y = \sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c} + a^2\right)}$

V. Und folglich (II.)

$$x = \frac{c}{b-a}\left(-a + \sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c} + a^2\right)}\right)$$

VI. Dieser Ausdruck ist zur Berechnung etwas unbequem, weil eine Quadratwurzel dabey auszuziehen ist. Um diese zu vermeiden, und die ganze Rechnung auf Logarith-

 men

men zu bringen, so will ich mit dieser Formel folgende Veränderung vornehmen.

Ich nehme erstlich an, daß b grösser als a, mithin b—a eine positive Grösse ist.

VII. Man setze in (Trig. S. XVI. 2.) das dortige $B^2 = a^2$, und das dortige $A^2 = \frac{2(b-a)p}{c}$. Man suche einen Winkel $= \psi$ dessen Tangente $= \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{2(b-a)p}}{a\sqrt{c}}$, so wird die Quadratwurzel in VI. oder

$$\sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c} + a^2\right)} = a \text{ sec. } \psi = y \text{ (IV).}$$

VIII. Mithin $x = \frac{c}{b-a} \cdot (-a + a \text{ sec. } \psi)$

$$= \frac{ac}{b-a} (\text{sec. } \psi - 1)$$

$$= \frac{ac}{b-a} \left(\frac{1 - \text{cos. } \psi}{\text{cos. } \psi}\right)$$

Aber wegen $1 - \text{cos. } \psi = \text{Sin. } \psi \text{ tang. } \tfrac{1}{2} \psi$ (Trig. S. XIII. 27.)

$$x = \frac{ac}{b-a} \cdot \frac{\text{Sin. } \psi}{\text{cos. } \psi} \text{ tang. } \tfrac{1}{2} \psi$$

$$= \frac{ac}{b-a} \text{ tang. } \psi \text{ tang. } \tfrac{1}{2} \psi$$

IX. Man

IX. Man setze aber, es sey b kleiner als a, mithin b—a eine negative Grösse, so verwandelt sich erstlich der Werth von

$$x \text{ in } \frac{c}{a-b}\left(a - \sqrt{\left(a^2 - \frac{2(a-b)p}{c}\right)}\right)$$

Man setze nun in (Trig. S. XVI. 1.) das dortige $B^2 = a^2$ und $A^2 = \frac{2(a-b)p}{c}$, und suche einen Winkel ψ dessen Sinus $= \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{2(a-b)p}}{a\sqrt{c}}$; so wird die Wurzelgrösse

$$\sqrt{\left(a^2 - \frac{2(a-b)p}{c}\right)} = a \cos.\psi = y \text{ (IV.)}$$

Mithin $x = \frac{ac}{a-b}(1 - \cos.\psi)$ oder

$$x = \frac{ac}{a-b} \sin.\psi \tan.\tfrac{1}{2}\psi. \text{(Trig. S. XIII. 27.)}$$

X. Exemp. Es sey $b = 364'$; $a = 216'$; $c = 240'$; Von dem Trapezio, dessen Inhalt solchergestalt 69600 Quadr. Fusse hielte, sollte man ein Stück abschneiden, dessen Inhalt $p = 34800$ Q. F. wäre.

Es ist also $b - a = 148'$. Weil nun b grösser als a, so wird x nach der Formel (VIII.) berechnet.

Erst

Erst für den Winkel $\downarrow$ ist

$$\log.\tan g.\downarrow = \tfrac{1}{2}\left(l.\,2p + l.(b-a)\right) - \left(l.a + \tfrac{1}{2}\log.c\right)$$

log. 2 p = 4,84260	log. a = 2,33445
log. (b—a) = 2,17026	½ l. c = 1,19010
7,01286	3,52455
halb = 3,50643	
abgezogen = 3,52455	

log. tang. $\downarrow$ = 9,98188—10; also $\downarrow$ = 43°.48′

l. tang. ½ $\downarrow$ = 9,60422—10

log. a = 2,33445

log. c = 2,38021

4,30076

abgez.(l.b-a) = 2,17026

log. x = 2,13050

Also x = 135,07

Wenn man also in (Fig. XL.) AF = 135′ nimmt, und durch F mit AB parallel ziehet, so ist das Trapezium ABHE = dem gegebenen Inhalte p.

XI. Bey einer Zeichnung, wo es immer erlaubt ist, das Unbemerkbare wegzulassen, ist es zureichend, den Winkel $\downarrow$ nur bis auf die Minuten, so wie man ihn unmittelbar in den Sinustafeln findet, zu nehmen.

Die Secunden nach der gewöhnlichen Art, durch Proportionaltheile zu suchen, würde hier

hier sehr überflüssig seyn, weil sie auf den Werth von x einen so geringen Einfluß haben, daß der Fehler auf dem verjüngten Maasstabe, von welchen man nachher das berechnete x abtrüge, völlig unmerklich ist. Aus eben der Ursache ist es auch nicht nöthig, aus den Tafeln, die Logarithmen, weiter als bis auf 5 Decimalstellen zu nehmen.

XII. Der Werth von $y = a$ Sec. ψ würde für (X.) $= 299,2$.

Verzeichnung der Formeln.

§. 309. I. Die Berechnung des Werthes von x im vorigen §. bleibt indessen für die Ausübung noch immer etwas beschwerlich. Ich werde also zeigen, wie man ihr durch eine Konstruktion zu Hülfe kommen könne.

II. Man berechne erstlich die Höhe eines Dreyecks, dessen Grundlinie $= AG = c$, und der Inhalt $= p$ wäre. Nennet man diese Höhe $= m$, so muß seyn $\frac{mc}{2} = p$, also $m = \frac{2p}{c}$.

III. Folglich (§. 308. V.)

$$x = \frac{c}{b-a}\left(-a + \sqrt{\left((b-a)m + a^2\right)}\right)$$

IV. Man

IV. Man verlängere also AB auf beyden Seiten, und nehme (Fig. XL.) $Ab = m$ (II); $Bd = DC$, so ist $Ad = b - a$; Man halbire bd bey e, und durchschneide mit $ef = ed = eb$, das heraufwärts verlängerte Perpendikel GA.

Die Weite von B nach f, trage man von B nach φ, und ziehe durch φ mit DB eine Parallele, welche AC in H durchschneidet, so wird H der Punkt seyn, durch welchen mit CD eine Parallele HE, von dem ganzen Trapezio ABCD, das gegebene Stück $p = AHBE$ abschneiden wird.

V. Bew. Es kömmt darauf an, darzuthun, daß die Höhe AF des gefundenen Trapezii AHBE, dem Werthe von x in III. gleich ist. Dis erhellet so:

VI. Weil $Ab = m$; $Ad = b - a$ (IV.) und die drey Punkte d, f, b, in einem Halbkreise liegen (IV.), so ist Af die mittlere geometrische Proportionallinie zwischen Ad, und Ab, oder zwischen m, und b—a; mithin

$$m : Af = Af : b - a$$

oder $$Af^2 = m . (b - a).$$

VII. Nun ist in dem rechtwinklichten Dreyecke BAf; $Bf^2 = Af^2 + AB^2 = (b - a) m + a^2$. (VI.) also

$$Bf = \sqrt{\left((b - a) m + a^2\right)}$$

VIII.

VIII. Nun wurde B ϕ = B f gemacht (IV). Mithin ist

$$A\phi = B\phi - BA = -a + \sqrt{((b-a)\,m + a^2)}$$

IX. Weil nun ϕH mit BD, oder mit AM parallel läuft, so ist HL = Aϕ und

$$CM : HL = AG : AF \text{ oder (VIII.)}$$

$$b-a : -a + \sqrt{((b-a)\,m + a^2)} = c : AF$$

Mithin $AF = \frac{c}{b-a}\left(-a + \sqrt{((b-a)m + a^2)}\right)$ = x (III.).

X. Es ist also bey der bisherigen Konstruktion nichts zu berechnen als die Grösse $m = \frac{2p}{c}$; welches ohne viel Mühe geschehen kan. So wäre z. E. für die Grössen p und c aus §. 308. X.

$$m = \frac{2p}{c} = \frac{69600}{240} = 290'$$

Welche Grösse man nach dem verjüngten Maasstabe nach welchen das Trapezium aufgetragen worden, von A bis b trägt.

Zus. I. Wenn vorgegeben wäre, was das Trapezium ABHE für ein Theil des ganzen ABCD seyn sollte, so wird die Bestimmung des Werthes von m (X) noch einfacher. Gesetzt p sollte $\frac{v}{n}$ des Trapezii ABCD seyn.

Weil

Weil nun Trapez. $ABCD = \frac{a+b}{2} \cdot c$; so wäre

$$p = \frac{v \cdot (a+b) c}{2n}; \text{ mithin}$$

$$m = \frac{v \cdot (a+b)}{n}$$

Man theile also die Summe der beyden Seiten AB+CD in n gleiche Theile, nehme v dergleichen Theile, so hat man m, oder bey der Konstruktion die Linie Ab.

Sollte z. E. $p = \frac{1}{2} ABCD$ seyn so wäre $\frac{v}{n} = \frac{1}{2}$; folglich $Ab = m = \frac{AB+CD}{2}$. wo man also AB von D nach K trüge und CK halbirte.

Zus. II. Die Konstruktion §. 309. gilt nur für den Fall, wenn b grösser ist als a.

Wäre aber (Fig. XLI.) b kleiner als a, so würde die Konstruktion nach der Formel §. 307. IX. auf folgende Art aussehen.

Man mache wie vorhin, $Bd = DC = b$; und $Ab = m = \frac{2p}{c}$. (M. S. auch Zus. I.)

Halbire bd bey e, und durchschneide wie vorhin das aufwärts verlängerte Perpendikel GA bey f, mit $ef = eb = ed$.

So ist wiederum $Ab : Af = Af : Ad$ mithin $Af^2 = (a-b)\, m$.

Aus

Aus f durchschneide man AB mit fg = AB = a; so ist

$Ag = \sqrt{(fg^2 - Af^2)} = \sqrt{(a^2 - (a-b)\,m)}$

also $Bg = a - Ag = a - \sqrt{(a^2 - (a-b)\,m)}$.

Nimmt man endlich BΦ = Ag; und ziehet durch Φ mit BD die Parallele ΦH, so wird wie vorhin (§. 309. IV.), die Parallele mit AB durch H, das verlangte Trapezium ABHE = p abschneiden.

§. 310. **Aufgabe.** Ein vorgegebenes dreyeckigtes Feld, ACD, (Fig. XLII.) Tab. IV. durch Linien, die mit einer Seite desselben CD parallel laufen, in eine beliebige Anzahl gleicher oder ungleicher Theile zu theilen.

Aufl. I. Die Grundlinie CD des Dreyecks ACD heise b, die Höhe AG = c.

II. Gesetzt, von dem Dreyecke solle durch HE, die mit CD parallel ist, ein Stück AHE abgeschnitten werden, dessen Inhalt = p. Wie groß wird man AF = x nehmen müssen?

III. Man setze in dem bisher §. 308 u. f. betrachteten Trapezio ABCD (Fig. XL.) falle der Punkt B mit A zusammen, oder es sey BA oder a = o, so stellet das Trapezium ein Drey-

eck vor, dessen Grundlinie = b, und die Höhe = c.

IV. Man setze also in der Formel §. (308. IV.) a = o, so wird in dem Dreyecke CAD (Fig. XLII.)

$$AF = x = \frac{c}{b} \sqrt{\frac{2bp}{c}} = \sqrt{\frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{2bp}{c}} = \sqrt{\frac{2cp}{b}}$$

mithin log. x = ½ (log. 2 + l. c + l. p — l. b), welches also leicht zu berechnen ist.

Zus. I. Sollte das Dreyeck ACD in lauter gleiche Theile durch Parallellinien HE, IK, getheilet werden, so erwäge man folgendes:

Gesetzt ACD solle z. E. in drey gleiche Theile getheilet werden. Es solle also AHE = ⅓ ACD, und AIK = ⅔ ACD seyn, so ist in der Formel (IV.) erstlich p = ⅓ ACD = $\frac{1}{3} \cdot \frac{bc}{2}$; mithin $AF = \sqrt{\frac{2c}{b} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{bc}{2}} = \sqrt{\frac{c^2}{3}}$.

Zweitens für das Stück AIK = ⅔ ABC; ist in der Formel (IV.) $p = \frac{2}{3} ABC = \frac{2}{3} \cdot \frac{bc}{2}$

mithin $AL = \sqrt{\frac{2c}{b} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{bc}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3} c^2}$.

So finden sich also durch Berechnung der Werthe AF, AL, die Punkte F und L durch welche man mit CD Parallelen ziehet, um

um AHE $=\frac{1}{3}$ACD; und HEIK $=\frac{1}{3}$ACD folglich auch IKCD $=\frac{1}{3}$ACD zu erhalten.

So wird auf eine ähnliche Art erhellen, daß wenn ein Dreyeck in n gleiche Theile getheilt werden sollte, nach der Ordnung die Werthe

$$AF = \sqrt{\frac{c^2}{n}}$$

$$AL = \sqrt{\frac{2c^2}{n}}$$

$$AG = \sqrt{\frac{3c^2}{n}}$$

u. s. w.

berechnet, und nach dem verjüngten Maasstaabe abgetragen werden müssen. Daß alles durch Logarithmen berechnet wird, verstehet sich von selbst.

Die Art die Parallelen HE, IK u. s. w. ohne Rechnung durch blosse Konstruktion zu finden, werde ich in der Folge erläutern.

§. 311. Aufgabe. Von einer vorgebenen Figur MN (Fig. XLIII.) Stücke Mvn, vnpq, abzuschneiden, die einen gegebenen Inhalt haben, und deren Scheidungslinien, vn, pq mit einer gegebenen Linie MS parallel laufen.

Aufl. I. Man ziehe durch alle Winkelpunkte der Figur nach der Ordnung mit MS

Parallelen A, B, C, D u. s. w. nach Anweisung der punktirten Linien, und bemerke deren Durchschnitte a, b, c, d u. s. w. auf einer Linie SW, die auf MS senkrecht stehet.

II. Man messe alle Parallelen A, B, C, D u. s. w. und von a angerechnet, die Entfernungen ab = a; ac = b, ad = c, ae = d u. s. w.

III. So kan man daraus nach der Ordnung die Trapezien I, II, III, IV, u. s. w. berechnen, wozu man sich hier der Formel (§. 276. Zus. I.) bediene.

IV. Man addire zum ersten Dreyeck oder Trapezio das zweyte Trapezium, und schreibe die Summe besonders; Zu dieser Summe, addire man das dritte Trapezium, und schreibe die Summe wieder besonders u. s. w. Mit einem Worte, man berechne nach der Ordnung folgende Summen der Trapezien:

$$\begin{aligned} I &= S^{I} \\ I + II &= S^{II} \\ I + II + III &= S^{III} \\ I + II + III + IV &= S^{IV} \end{aligned}$$

V. Gesetzt nun das abzuschneidende Stück Fläche Mvn solle den Inhalt p haben.

VI. Man suche unter den Summen (IV) diejenige aus, welche zunächst kleiner als p ist.

Ge-

Gesetzt S^{IV} sey z. E. zunächst kleiner als p.

So weiß man daraus, daß die Scheidungslinie vn zwischen die beiden Parallelen D, E, des Trapezii V, nothwendig fallen muß, und so in andern Fällen.

VII. Der Unterschied p—S^{IV}, giebt das Stück Fläche mwvn, welches man an S^{IV} anhängen muß, damit man das gesuchte Stück Mvn = p erhalte.

VIII. Oder, welches auf eins hinausläuft, von dem Trapezio V oder von mwrt, dessen gegen einanderüber stehende Parallelen D und E, und deren Abstand af—ae=e—d (II.) bekannt sind, muß durch die Parallele vn, ein Stück mvwn, dessen Inhalt = p—S^{IV}, abgeschnitten werden.

IX. Schneidet also die Scheidungslinie nv, das Perpendikel SW bey z, so muß man die Weite ez, der beyden Parallelen mw, vn, nach den Formeln (§. 308.) berechnen, wo denn die dortigen Grössen

	a	b	c	p	x
hier	D	E	e—d	p—S^{IV}	ez

bedeuten.

Wenn übrigens D kleiner ist als E, so bedienet man sich der Formel (§. 308. VII.). Im andern Falle aber der (§. 308. IX.).

 X. Was

X. Was ich bisher blos zur Erläuterung von der Scheidungslinie vn, welche zwischen die Parallelen D, E, fällt, gesagt habe, gilt überhaupt, die Scheidungslinie mag zwischen welche Parallelen man will, fallen, welches denn allemal aus (VI) beurtheilt wird.

XI. Das andere Stück vnpq abzuschneiden, verfährt man eben so.

Nur wird dieses Stücks Inhalt vorher zu des erstern Mvn Inhalt addirt, und das ganze Stück Mqp auf einmal abgeschnitten. So wie man denn überhaupt, wenn von einer Figur mehrere Theile abgeschnitten werden sollen, niemals jeden Theil besonders bestimmet, sondern allemal erst den ersten Theil abschneidet, dann die Summe des ersten und zweiten, hierauf die Summe der erstern drey u. s. w. Diß geschiehet, um die Anhäufung der Fehler zu vermeiden, die aus der unmittelbaren Aneinandersetzung einzelner Stücke zu befürchten wären.

Exempel.

XII. Es seyen in der vorgegebenen Figur nach der Ordnung die Parallelen A, B u. s. w. und die Weiten a, b, c u. s. w. folgende:

A = 120′		ab = 20 = a
B = 154		ac = 33 = b
C = 200		ad = 75 = c
D = 212		ae = 90 = d
E = 240		af = 176 = e
F = 220		ag = 250 = f
G = 205		ah = 275 = g
		ai = 317 = h

so findet man daraus nach der Ordnung
das Dreyeck I = S_I = 1200 Qu. Fuß.
Trapez. II = 1781

also S_{II} = 2981
Trapez. III = 7434

S_{III} = 10415
Trapez. IV = 3090

S_{IV} = 13505
Trapez. V = 19436

S_V = 32941
Trapez. VI = 17020

S_{VI} = 49961
Trapez. VII = 5312

S_{VII} = 55273
Dreyeck VIII = 4305

S_{VIII} = 59578 = Inh. d. Fig.

XIII. Gesetzt nun von dieser Figur sollen folgende Stücke

$Mvn = p = 25627$ Qu. Fuß

$vnpq = p' = 28380$

abgeschnitten werden.

XIV. So schneidet man erstlich 25627 Q. Fuß, und hierauf $p + p' = 25627 + 28380 = 54007$ Q. Fuß vom Anfange M angerechnet, von der Figur ab.

IV. Für den ersten Theil 25627 Q. F. siehet man, daß von obigen Summen der Trapezien, die Summe der ersten viere, nemlich $S^{iv} = 13505$ zunächst kleiner ist als 25627; also muß die Theilungslinie vn, zwischen D und E, also zwischen 212', und 240' fallen.

Um deren Abstand von D zu finden, so ist $p - S^{iv} = 12122$ (in §. 308. VII. $= p$)

$D = 212$ (daselbst $= a$)
$E = 240$ (daselbst $= b$)
$e - d = 86$ (daselbst $= c$)

Diese Werthe demnach in die erwähnte Formel substituiret, geben $x = 56,7$, oder in gegenwärtiger Figur die Weite ez.

Nimmt man also $ez = 56,7$ oder beynahe 57 Fuß, und ziehet durch z die Parallele

rallele v n, so ist das erste Stück M v n = 25627 Q. F. abgeschnitten.

XVI. Eben so ist für das zweyte Stück 54007 (XIV) die Summe S^{vi} = 49961 zunächst kleiner; der Unterschied ist = 4046, und die Scheidungslinie p q muß zwischen F = 220 und G = 205 (XII) fallen. Um deren Abstand von der Parallele F zu finden, so muß man, weil F grösser ist als G, nach der Formel (§. 308. IX.) rechnen, in welcher a = 220, b = 205, p = 4046 und c = 25 nemlich = ah—ag = g—f (XII).

So findet sich x = 18, 8, oder beynahe = 19.

Man nehme also in der Figur die Weite g y = 19 Fuß, und ziehe durch y die Parallele p q, so ist das Stück M p q = 54007; Mithin auch v p n q = 28380 (XIII), wie verlangt wurde.

Zus. Es kan sich eräugnen, daß die Trapezien wie z. E. m w r t, in welche eine Theilungslinie wie v n fället, entweder völlig Parallelogramme sind, oder sehr wenig davon abweichen. In beyden Fällen braucht man die Rechnung des Abstandes der Scheidungslinie v n von der nächstvorhergehenden Parallele D, nicht nach den Formeln (§. 208.) zu

führen, sondern, weil alsdann das Stück wie mwvn auch als ein Parallelogramm zu betrachten ist, dessen Inhalt (VII.) und Grundlinie mw = D, gegeben sind, so findet man die Höhe dieses Parallelogramms, wenn man geradehin den Inhalt mit der Grundlinie dividirt.

So käme in obigen Beyspiele, das Trapezium mwrt als ein Parallelogramm betrachtet, die Höhe cz oder x (XV.) = $\frac{p - S^{IV}}{D} = \frac{12122}{212} = 57, 1$, welches von dem obigen Werthe 56, 7, um eine für die Ausübung unbeträchtliche Grösse unterschieden ist.

Begreiflich wird der Fehler desto geringer seyn, je kleiner der Unterschied zwischen den beyden Parallelen, zwischen denen die gesuchte Theilungslinie fällt, ist, auch je weniger der Unterschied wie $p - S^{IV}$ beträgt.

In obigem Beyspiele ist E — D = 28, also ohngefähr = $\frac{1}{8}$D. Ferner mvwn oder $p - S^{IV} = 12122$; also ohngefähr $\frac{3}{7}$ des Trapezii mrwt; Und dennoch fand sich, mvwn als ein vollkommenes Parallelogramm betrachtet, nur ein geringer Fehler in der Bestimmung des Werthes von x.

Man kan demnach sagen; Wenn der Unterschied zwoer Parallelen, wie D und E, nicht grösser

grösser ist, als ohngefähr $\frac{1}{8}$ der Parallele D, und das von dem Trap. mwrt abzuschneidende Stück mvwn, nicht über $\frac{2}{5}$ des Trap. mwrt beträgt, so ist es erlaubt, die Höhe des abzuschneidenden Stücks, geradehin durch eine Division der Grundlinie in den Inhalt des Stücks, zu berechnen, und der Fehler den man dadurch begehet, wird für die Ausübung unbeträchtlich seyn.

Auf diese Art kan man oft Rechnungen ersparen, die man sonst umständlicher nach den Formeln (§. 308.) zu führen hätte.

Eben so wäre z. E. auch für die zwote Scheidungslinie pq, der Abstand von der Parallele $F = \frac{4046}{220} = 18,4$ welches von obigen wahren Werthe 18, 8 (XVI.) wieder nur um eine Kleinigkeit unterschieden ist.

Anmerkungen über gewisse Unbequemlichkeiten bey Figuren mit sehr einwärts gehenden Winkeln.

§. 312. Wenn eine Figur wie $\alpha\beta\gamma\ldots\psi\alpha$ (Fig. XLIV.) sehr einwärts gehende Winkel hat, so kommen bey Theilungen deren Scheidungslinien mit einer gegebenen parallel laufen sollen, oft sehr ungestaltete Figuren heraus,

aus; αS sey z. E. die Linie mit der die Scheidungslinien, der von der Figur abzuschneidenden Stücke, parallel laufen sollen. Es sey erstlich durch Linien, welche nun mit αS parallel gezogen werden, die ganze Figur wieder in lauter Dreyecke und Trapezien zerlegt. Gegenwärtig kommen ausser den Trapezien vier Dreyecke; I. V. VI. VIII. zum Vorschein. Diese nebst den Trapezien, werden nun aus den gemessenen Parallelen und dem Abstande derselben berechnet, und nach der Ordnung der numerirten Inhalte I, II, III u. s. w. zusammen addirt, um wie im vorhergehenden §. die Summen S^{I}, S^{II}, S^{III} u. s. w. zu erhalten.

Gesetzt nun von dieser Figur solle ein Stück Fläche $= P$ abgeschnitten werden. Man fände die Summe S^{V} zunächst kleiner als P.

Den Unterschied $P - S^{V}$ würde man also hier in das Dreyeck VI. hineinzutragen haben, d. h. an die Grundlinie dieses Dreyecks δr müste man ein Trapezium $\delta r q n$ setzen, dessen Inhalt $= P - S^{V}$.

Die Höhe dieses Trapezii fände man nach der Formel (§. 308.), in welcher $b = \delta r$; $P =$ dem Inhalte des Trapezii $\delta r q n$, $c =$ der Höhe des Dreyecks VI, und $a = o$, gesetzt werden müste.

So

So erhielte man demnächst die Figur $\alpha\beta\gamma\delta q n \eta \mu \varphi \alpha$ = dem gegebenen Inhalte P. Ein Stück Fläche also, von einem sehr unordentlichen Umfange.

Hieben eräugnete sich aber noch eine grössere Unbequemlichkeit. Die Person nemlich, welche das übrige von der ganzen Figur bekommen sollte, würde das Dreyeck $\varepsilon q n$ + dem Stücke $\eta \zeta \Phi \mu$ erhalten; welches also gar ein paar von einander abgesonderte Theile wären, welches bey deren Benutzung auf dem Felde grosse Unbequemlichkeit gäbe. Diese und andere Unbequemlichkeiten sind bey Figuren, mit sehr einwärts gehenden Winkeln oft nicht zu vermeiden, vorausgesetzt, daß die Scheidungslinie wie qn, nothwendig mit einer gegebenen αS parallel laufen soll.

Hängt es aber von der Willkühr des Feldmessers ab, die Theilung so zu bewerkstelligen, wie sie für jeden Interessenten am bequemsten ausfällt, so kan er oft die Linien, mit der die Theilungen parallel gehen sollen, so wählen, daß oben erwähnte Unbequemlichkeiten grossentheils gehoben werden.

So z. E. würden wenigstens keine abgesonderte Stücke, wie vorhin, zum Vorschein kommen, wenn man die Theilungen mit der Richtung SW parallel nähme.

Nach

Nach dem Augenmaase und einiger vorläufigen Ueberlegung wird es dem Feldmesser nicht schwer zu beurtheilen seyn, mit welcher Richtung in einer vorgegebenen Figur die Theilungen am bequemsten und schicklichsten parallel gehen.

Freylich giebt es Figuren, wo sich keine Theilung mit irgend einer Linie parallel machen läst, ohne daß abgesonderte Stücke zum Vorschein kämen. — In solchen Fällen kan man aber oft die Figur schicklicher durch andere Linien theilen, die nicht mit einander parallel laufen. —

In der Ausübung kommen indessen so unordentliche Plätze, wenigstens bey Theilungen der Aecker und Wiesenstücke, so häufig nicht vor. — Daher halte ich das bisher beygebrachte für zureichend.

§. 313. Aufg. Eine krummlinigte Figur durch Parallellinien in gewisse Theile einzutheilen, oder Stücke vorgegebenen Inhaltes davon abzuschneiden.

Aufl. Dieses Verfahren ist wesentlich von dem im vorhergehenden §. nicht unterschieden. — Vorausgesetzt, daß man kleine Theile des Umfangs als geradlinigt ansehen darf.

Eine

Eine grosse Bequemlichkeit ist es bey der Theilung krummlinigter Flächen, wenn man den Parallelen, wie A, B u. s. w., wodurch die krummlinigte Figur in Dreyecke und Trapezien zerlegt wird, durchgehends gleichen Abstand giebt, und man solchen allemal eine oder mehrere ganze Ruthen groß nimmt, je nachdem die Parallelen nahe oder weit von einander seyn dürfen. Alsdenn werden nemlich die einzelnen Trapezien I. II. u. s. w. und deren Summen S', S'' u. s. w. ohne viele Rechnung nach (§. 286. II. III.) gefunden.

Wenn man z. E. die Parallelen nur eine Ruthe von einander nimmt, so wird die Fläche I. Fig. XLIII. geradehin $= \frac{1}{2}$ A Quadr. Ruthen; das Trapez. II. $= \frac{1}{2}$ A $+ \frac{1}{2}$ B Quadr. Ruthen u. s. w. also

	SI	$= I = \frac{1}{2}$ A	Quadratruthen.	
Trapez. II.		$= \frac{1}{2}$ A $+ \frac{1}{2}$ B	—	—
also	SII	$=$ A $+ \frac{1}{2}$ B	—	—
Trap. III.		$= \frac{1}{2}$ B $+ \frac{1}{2}$ C	—	—
also	SIII	$=$ A $+$ B $+ \frac{1}{2}$ C	—	—
		u. s. w.		

Wo also diese Summen mit dem von der krummlinigten Figur abzuschneidenden Stücke p zu vergleichen, und die Theilungslinie wie vn im vorhergehenden §. zu bestimmen ist.

Näh-

Nähme man den Abstand der Parallelen $= 2$ Ruthen, so würde in Quadratruthen

die Fläche I	$= \frac{1}{2} A \,.\, 2^{\circ}$	$= A$	Qu. Ruth.	
Trap. II	$= \frac{1}{2}(A+B)\,2^{\circ}$	$= A+B$	—	—
also $S^{II} =$		$2A+B$	—	—
III $=$		$B+C$	—	—
also $S^{III} =$		$2A+2B+C$	—	—

u. s. w.

Schuhe und Zolle, welche die gemessenen Parallelen A, B u. s. w. enthalten, muß man hiebey als Decimaltheile von Ruthen betrachten, wo denn die in S^{I}, S^{II} u. s. w. kommenden Decimalstellen, sich auf Quadratruthen beziehen.

§. 314. Aufgabe. Eine vorgegebene Figur ABCDEF (Fig. XLV.) deren Inhalt bekannt, z. E. $= 115860$ Q. Schuhe ist, so zu theilen, daß die Theilungslinien, alle an eine gegebene Seite AB der Figur anstossen.

Aufl. I. Gesetzt, die Figur solle man in 3 Theile theilen, z. E. $p = 38620$; $p' = 30896$; $p'' = 46344$.

II. Man schneide also von B nach A das Stück BMSDCB $= p = 38620$ Q. S. ab.

Dann mache man das Stück NREDCBN $= p + p' = 69516$ Q. S. so wird durch die

Linien

Linien MS, NR die Theilung geschehen seyn, so daß BMSDCB $= p$, MNRES $= p'$ und NARF $= p''$.

III. Die Lage der Scheidungslinien MS, NR zu finden, so müssen die Punkte M, N auf AB gegeben seyn, durch welche die erwähnten Linien gehen sollen.

IV. Ich will hier annehmen, daß sich BM, MN, NA verhalten sollen, wie die zugehörigen Stücke p, p', p''. (I).

Man messe also AB, nach dem bey der Figur zum Grunde liegenden verjüngten Maasstabe.

Ich finde AB $= 288$ Schuhe.

V. So wird unter der Voraussetzung (IV.) durch die Regel de Tri gefunden BM $= 96$; MN $= 76\frac{4}{5}$; mithin von selbst NA $= 115\frac{1}{5}$.

VI. Ich mache also nach dem verjüngten Maasstabe BM $= 96$, BN $= 96 + 76\frac{4}{5} = 172\frac{4}{5}$, so sind erstlich die Punkte M, N mit der gehörigen Richtigkeit bestimmt.

VII. Um nun die Lage von MS zu finden, so ziehe man aus M, die Diagonalen MC, MD u. s. w. und berechne nach der Ordnung die Dreyecke BMC, CMD, DME u. s. w. so wird sich aus den Summen

$$S = BMC$$
$$S^{I} = BMC + CMD$$
$$S^{II} = BMC + CMD + DME$$
u. s. w.

beurtheilen lassen, zwischen welche Diagonalen MS fallen muß.

Ich finde BMC + CMD = 24531 Q. S. zunächst kleiner als p = 38620.

Also wird MS zwischen den Diagonalen MD, ME liegen müssen; d. h. an das Viereck MDCB, dessen Inhalt = 24531, wird ein Dreyeck DMS gesetzet werden müssen, dessen Inhalt = 38620 — 24531 = 14089 Quadr. Sch.

Die Grundlinie dieses Dreyecks ist MD. Diese finde ich = 232′. Die Höhe desselben zu berechnen, so muß man bekanntlich den doppelten Inhalt mit der ganzen Grundlinie oder den einfachen Inhalt mit der halben Grundlinie dividiren. Diß giebt die Höhe des Dreyecks $= \frac{14089}{116} = 121,4$ beynahe 121′.

VIII. Man mache also senkrecht auf MD die Linie ar = 121′. Ziehe durch r mit MD eine Parallele, so wird diese auf DE den Punkt S abschneiden, wo MS gezogen, das Dreyeck MDS = 14089, mithin die

Figur

Figur BMSDCB = p = 38620 Quadr. Sch. wird.

VIII. Auf eben die Art findet man die Theilungslinie NR. Die Fläche MDCB ist schon bekannt = 24531 (VII). Hierzu addire man nach der Ordnung die Dreyecke NDM, NDC u. s. w. welche sich durch Ziehung der Diagonalen ND, NE u. s. w. ergeben; so findet sich die Fläche NEDCBN = 62215 zunächst kleiner als p + p′ = 69516 (II.), dergestalt, daß also die Theilungslinie NR, in das Dreyeck NFE fallen muß; d. h. an NE = 485′, muß man ein Dreyeck NRE setzen, dessen Fläche = 69516 — 62215 Qu. Sch. = 7301 Q. S.

Die Höhe dieses Dreyecks wird $= \frac{2.7301}{485}$ = 30, 1′. Diese trage man von b nach s, ziehe durch s eine Parallele mit NE, welche FE in R durchschneidet. So wird das Dreyeck NRE = 7301 Q. S. mithin die Fläche NREDCBN = p + p′; weil nun MSDCBM = p, so ist NRESMN = p′. AFRNA = p″. Daß also die vorgegebene Figur in 3 Theile p, p′, p″ getheilt worden, deren Inhalte sich wie in (I.) verhalten.

Anmerkung.

§. 315. Bey dieser Art von Theilung fallen die Theilungslinien MS, NR u. s. w.

zwar nicht parallel, aber doch in vielen Fällen immer schicklich genug, daß die abgeschnittene Stücke keine zu unordentliche Gestalt bekommen. Anwendungen dieser Theilungsart sind, wenn z. E. längst AB ein Weiher läge, oder ein Fluß vorbeyflösse, den die Interessenten des vorgegebenen Stück Feldes gemeinschaftlich nützen wollten, ohne daß einer über des andern sein Land gehen dürfte, oder wenn längst AB Gebäude lägen, von denen ein jeder Hauswirth gleich unmittelbar auf sein Feld kommen wollte, ohne nöthig zu haben seines Nachbarn Grund und Boden zu berühren u. dgl. In allen solchen Fällen werden also Theilungen vorkommen, bey denen die bisherige Aufgabe angewandt wird.

§. 316. Aufg. Ein vorgegebenes Stück Feld (Fig. XLVI.) so zu theilen, daß die Theilungslinien alle nach einem gewissen innerhalb der Figur liegenden Punkte R hinlaufen.

Aufl. I. Man ziehe aus R nach allen Ecken der Figur gerade Linien RA, RB u. s. w. und berechne nach der Ordnung die Dreyecke RAB, RBC u. s. w. nebst deren Summen.

$$S = RAB$$
$$S^{I} = RAB + RBC$$
$$S^{II} = RAB + RBC + RCD$$
u. s. w.

II. Um

II. Die von der Figur abzuschneidenden Stücke seyen nun nach der Ordnung p, p′, p″ u. s. w.

III. Man vergleiche nun erstlich p mit einer der Summen (I.). Fände man z. E. S¹ zunächst kleiner als p, so fiele die Theilungslinie RM in das Dreyeck CRD, oder zwischen RC und RD.

Man trage an RC ein Dreyeck RMC dessen Fläche $= p - S^1$, so wird ARM der erste Theil $= p$.

IV. Die Höhe dieses Dreyecks ist $\frac{2(p-S^1)}{RC}$ (§. 314. VII.) welche man senkrecht auf RC, von a bis r trägt, und durch r mit RC, eine Parallele ziehet, welche CD in M durchschneidet; wo denn, nachdem RM gezogen ist, das Stück ARMCB $= p$ ist.

V. Eben so mache man ABCDNRA $= p + p'$; ABCDEFORA $= p + p' + p''$ u. s. w.

Aus Vergleichung der Flächen $p + p'$; $p + p' + p''$ u. s. w. mit den Summen (I.) findet sich allemal, in welche Dreyecke DRE, FRA u. s. w. die Theilungslinien RN, RO u. s. w. fallen, welche denn wie RM (IV.) bestimmt werden.

Auf diese Art ist also die vorgegebene Figur in die Theile ARM = p; MRN = p′; NRO = p″ u. s. w. verlangter massen getheilt.

Anmerkung.

§. 317. Diese Aufgabe kan vorkommen, wenn sich z. E. innerhalb eines unter verschiedene Personen zu theilenden Stück Feldes bey R eine Quelle befände, die einem jeden Interessenten nutzbar werden sollte, ohne daß der eine nöthig hätte, über des andern seine Felder zu gehen u. dgl.

Man siehet übrigens leicht, daß eben die Auflösung statt fände, wenn R z. E. in dem Umfange der Figur ABC u. s. w. läge, und alle Theilungslinien nach diesem Punkte hinlaufen sollten.

Wäre die Figur krummlinigt, so muß man ihren Umfang als aus lauter kleinen geraden Stücken zusammen gesetzt ansehen, und eben so verfahren, wobey denn freylich die Theilung etwas beschwerlicher ausfällt.

Aus dem bisherigen wird man zureichend die Gründe verstehen, die man bey Theilungen der Felder durch blosse Rechnung zu befolgen hat. Es sind hiebey ein für allemal folgende zween Lehrsätze zu bemerken. Wenn

die von einem Stücke Feldes abzuschneiden- den und unmittelbar neben einander liegenden Theile, p, p′, p″, p‴ u. s. w. heisen, so muß man nicht nach der Ordnung einen Theil nach dem andern für sich allein in die Figur tragen, sondern erstlich den Theil p, alsdann die Summen $p+p'$; $p+p'+p''$; u. s. w. alle von den nähmlichen Ende der Figur angerechnet, abschneiden. Zweytens. Müssen die Trapezien oder Dreyecke, in welche man die Figur zerlegt, um wie im vorhergehenden, die Summen S, S^I, S^{II} u. s. w. zu erhalten, immer auf eine gewisse Art mit der Lage, der von der Figur abzuschneidenden Theile p, p′ u. s. w. übereinstimmen, d. h. wenn die Theilungslinien der Stücke p, p′ u. s. w. mit einer gegebenen Linie parallel laufen sollen, so muß die Figur auch in Trapezien zerlegt werden, die mit dieser Linie parallel gehen. Sollen alle Theilungslinien nach einem und demselben Punkte zulaufen, so muß auch die Figur aus diesem Punkte anfänglich in Dreyecke zerlegt werden u. s. w. Auf diese Art werden nicht nur viele Fehler vermieden, sondern die Vergleichung der Summen S, S^I u. s. w. mit den Grössen p; $p+p'$; u. s. w. wird auch allemal richtig die Gränzen bestimmen, zwischen denen die Scheidungslinien der Theile p, p′ u. s. w. fallen müssen, wie aus dem vorhergehenden zur Gnüge erhellet.

Zum Schlusse dieses Kapitels will ich noch folgende Aufgabe, deren ähnliche in der Ausübung häufig vorkommen, auflösen.

§. 318. Aufgabe. Es sey (Fig. XLVII.) abcd ein Weiher oder so etwas; Um ihn herum liegt ein Stück Landes ABCDE, welches unter verschiedene Personen, so getheilt werden soll, daß die Scheidungslinien der einzelnen Theile, alle an den Umfang des Weihers abcd anstossen.

Aufl. Man nehme innerhalb der Figur abcd einen wilkürlichen Punkt R an, und ziehe von ihm, so wohl nach allen Ecken der Figur abcd, als auch der ABCDE gerade Linien.

Man berechne nun nach der Ordnung

die Flächen $NaAn = \Delta NRA - \Delta nRa$
$NaBm = \Delta NRB - \Delta mRa$
u. s. w.

Und hierauf die Summen
$S = NaAn$
$S^{I} = NaAn + NaBm$
$S^{II} = NaAn + NaBm + Bmck$
u. s. w.

Gesetzt man wolle nun von der Linie An angerechnet, den Theil nABvman = p von der Figur abschneiden.

Man

Man vergleiche also p mit einer von den Summen S, S^I u. s. w. so ergiebt sich, zwischen welchen Linien wie Bm, lc, die Scheidungslinie mv fällt, oder an welche Linie wie Bm, man ein Dreyeck Bmv setzen muß, dessen Inhalt dem Unterschiede zwischen p, und der nächst kleinern Summe S oder S^I u. s. w. gleich ist.

So wird man also die Lage der Scheidungslinie mv, und so einer jeden andern finden.

Mehreres brauche ich hier zur Erläuterung nicht beyzubringen.

XXIX. Kapitel.

Theilungen der Felder durch blose Zeichnung.

§. 319. Aufg. Ein vorgegebenes Dreyeck (Fig. XLVIII.) BAC, dergestalt zu theilen, daß die Theilungslinie XY mit einer gegebenen Seite BC parallel gehe, und des Stücks AXY Inhalt sich zum ganzen Dreyeck ABC verhalte = p : P.

Aufl. I. Man setze durch die der Seite BC gegenüberliegende Spitze A eine Linie DE senkrecht auf AB, und mache AE = AB.

II. Man suche eine Linie = x die sich gegen AB verhält = p : P.

Man messe also AB nach einem verjüngten Maasstabe, und schliese nach der Regel detri

$$P : p = AB : x.$$

III. Das gefundene x trage man nach dem verjüngten Maasstabe von A und D, so ist wegen AE = AB

$$AD : AE = p : P.$$

IV. Ueber DE beschreibe man einen Halbkreis, welcher AB in X durchschneidet, und ziehe endlich XY mit BC parallel, so wird die Theilung geschehen seyn.

Bew. Weil XY parallel mit BC so ist das Dreyeck AXY dem ABC ähnlich; mithin

$$\Delta AXY : \Delta ABC = AX^2 : AB^2 = AX^2 : AE^2.$$

Nun ferner $AD : AX = AX : AE$ also
$$AX^2 = AD . AE.$$

Mithin $\Delta AXY : \Delta ABC = AD . AE : AE^2$
$$= AD : AE.$$
$$= p : P$$

Zus.

Zus. I. Soll ferner das Stück XYWZ sich zum Inhalte des ganzen Dreyecks = p′ : P verhalten, und auch WZ mit BC parallel gehen, so schneide man von dem ganzen Dreyecke BAC, den Triangel WAZ ab, dessen Inhalt sich zum ganzen BAC verhält = p + p′ : P, wobey man denn wie vorhin verfährt.

Solchergestalt kan man durch Parallelen mit der Seite BC, das ganze Dreyeck BAC dergestalt theilen, daß, wenn die Fläche desselben P heist, die Stücke AXY, XYWZ, WZBC u. s. w. nach der Ordnung die Inhalte p, p′, p″ u. s. w. bekommen.

Zus. II. Ein Dreyeck BAC (Fig. XLIX. Nro 1.) dessen Höhe AD ist, dergestalt zu theilen, daß die Theile sich wie die Stücke BE, EF, FC der Grundlinie BC verhalten, und die Theilungslinien mit der Höhe AD parallel laufen, so ziehe man durch B und C, auf BC die senkrechten εd, φδ; Mache Bd = BD; Cδ = CD, und trage das Stück BE welches linker Hand AD liegt, von B nach ε, hingegen das Stück CF, welches sich rechter Hand AD befindet, von C nach φ, beschreibe über εd, φδ, Halbkreise, welche BC in e und f durchschneiden, und ziehe eg, fh, mit AD gleichlaufend, so wird die Theilung geschehen seyn.

Denn

Denn vermöge der vorhergehenden Aufgabe ist

$$\Delta Beg : \Delta BDA = B\varepsilon : Bd$$
$$= BE : BD$$

Nun ist aber auch

$$\Delta BDA : \Delta BAC = BD : BC$$

also $\Delta Beg : \Delta BAC = BE : BC$

Eben so $\Delta Cfh : \Delta BAC = CF : BC$

Es verhalten sich also die Dreyecke Beg, Cfh zum ganzen BAC, wie BE, CF zur Grundlinie BC; Es folgt daraus von selbst, daß auch das mittlere Stück eghf sich zu BAC = EF : BC verhalten muß.

Es ist also das ganze Dreyeck BAC durch Linien ge, hf, die auf BC senkrecht stehen, verlangtermaassen eingetheilt.

Zus. III. Der Beweis dieses Verfahrens (Zus. II.) gründet sich nicht darauf, daß AD auf der Grundlinie BC senkrecht stehe. Man könnte durch eben das Verfahren die Theilung so bewerkstelligen, daß die parallelen Theilungslinien mit einer durch A unter einem gegebenen Winkel gegen die Grundlinie BC geneigten Linie AD parallel liefen.

§. 320. Aufgabe. Aus einem gegebenen Punkt D in der Seite BC eines Dreyecks ABC (Fig. XLIX. Nro 2.) eine gerade Linie

zu

zu ziehen, welche das Dreyeck in einem gegebenen Verhältniß m : n theile.

Aufl. I. Man theile BC bey G, so, daß BG : GC = m : n.

II. Durch D ziehe man DA, und durch G, GH mit DA parallel, bis solche in eine der Seiten BA, AC bey H einschneide, ziehe hierauf DH, so wird die Theilung geschehen seyn, so daß

BDAH : ΔDHC = m : n

III. Bew. Man ziehe GA, so hat man folgende Vergleichung zwischen den in der Figur vorkommenden Dreyecken.

Wegen der Parallelen DA, GA ist erstlich

ΔGHA = GHD also
GHA + GHC = GHD + GHC oder
AGC = DHC;

Mithin ABC : AGC = ABC : DHC
ABC – AGC : AGC = ABC – DHC : DHC
oder
BAG : AGC = BDAH : DHC;

Aber BAG : GAC = BG : GC = m : n:

Also auch
BDAH : DHC = m : n.

§. 321. Aufgabe. Eine jede vorgegebene Figur ABCDEFG (Fig. L.) durch blosse Zeich-

Zeichnung, vermittelst einer Linie $\mu\nu$ dergestalt zu theilen, daß das Stück ABC$\mu\nu$GA einen gegebenen Inhalt = P habe, und die Theilungslinie $\mu\nu$ mit einer angenommenen Richtung EM parallel laufe.

Aufl. I. Durch die beiden äusersten Punkte der Figur, oder hier durch A und E, ziehe man RE, AT der gegebenen EM parallel, und verwandele die Figur nach (§. 303.) in ein Rectangel, dessen Grundlinie, dem Abstande der beyden äusersten Parallelen AT, ER gleich ist.

II. Damit die vorgegebene Figur selbst, nicht mit vielen Linien, die zur Verwandlung und Theilung nöthig wären, verunziert werde, so ziehe man ausserhalb der Figur in zureichender Entfernung, TR senkrecht auf AT.

So wäre also erstlich TR die Grundlinie des Rectangels (I.).

Um nun das Rectangel selbst zu erhalten, so ziehe man mit RM, durch alle Winkelpunkte der Figur, die Parallelen Bb, Gg, Cc u. s. w. und bemerke auf TR, die Punkte, β, χ, γ, u. s. w. wo die Richtungen βI; χII, γIII u. s. w. als Verlängerungen, der erwähnten Parallelen Bb, Gg ꝛc. ꝛc. in TR einschneiden.

IV. So

IV. So sind Tβ, $\beta\chi$, $\chi\gamma$, u. s. die Weiten der Parallelen von eineinander.

V. Man halbire nach der Ordnung AB, Ab bey 1; Bg, bG bey 2; gC, Gc bey 3 u. s. w.

So sind der Ordnung nach, die Entfernungen

von 1 nach 1 $= \frac{1}{2}$Bb

von 2 nach 2 $= \frac{Bb+Gg}{2}$

von 3 nach 3 $= \frac{Gg+Cc}{2}$

u. s. w.

die mittlern arithmetischen Proportionalen zwischen jedem Paare nächst aufeinander folgenden Parallelen der Figur.

VI. Diese mittlern Proportionallinien trage man nun der Ordnung nach längst RM, von R nach 1, von R nach 2 u. s. w. Man ziehe von T nach 1 eine gerade Linie, welche β I in k durchschneidet, und nun ferner durch k die Linie kl mit T2 parallel, u. s. w. so erhält man nach und nach die Punkte k, l, m, n, o, p; und Rp wird die Höhe des Rectangels (I.). Auch sind nach und nach die Rechtecke

$TR.\beta\varkappa = \Delta ABb$

$TR.\chi l = \Delta ABb + \text{Trap}.BbGg$

$TR.\gamma m = \Delta ABb + \text{Tr}.BbGg + \text{Tr}.GgCc$

VII. Gesetzt nun, von der Figur solle ein Stück Fläche = P abgeschnitten werden.

Man drücke den Inhalt P auch durch ein Rechteck aus, dessen Grundlinie = TR wäre. d. h. man dividire P mit TR, so kommt die Höhe des Rectangels $= \frac{P}{TR}$ die ich = h nennen will.

VIII. Diese Höhe fasse man mit dem Zirkel, und vergleiche sie mit einer von den Linien βk, χl, γm u. s. w.

Gesetzt, man fände γm zunächst kleiner als h; so wird also der gegebene Inhalt P, oder das Rectangel TR . h zwischen die Rectangel TR . γm und TR . Φn fallen, d. h. die Theilungslinie $\mu\nu$ wird in der Figur zwischen den Parallelen Cc und Ff liegen müssen.

Um also die Lage von $\mu\nu$ zu finden, so muß man an Cc ein Trapezium Cc$\mu\nu$ setzen, dessen Inhalt $= P - TR.\gamma m = TR.h - TR.\gamma m = TR.(h - \gamma m) = p$ (§. 308.).

IX. Dieses muß man nach §. 309. bewerkstelligen, weil hier Cc kleiner ist als Ff.

Man

Man trage also von γ nach t die Grösse h; so ist das Stück $mt = h - \gamma m$.

Man mache $\Phi r = mt$, und halbire $\gamma\Phi$ bey w. Lege an w und r ein Parallellineal und ziehe mit wr durch R eine Parallele Ry;

so ist $w\Phi : \Phi r = TR : Ty$ oder

$$\tfrac{1}{2}\gamma\Phi : h - \gamma m = TR : Ty$$

Also $$Ty = \frac{2 . TR . (h - \gamma m)}{\gamma\phi}$$

X. Diese solchergestalt gefundene Ty ist der Werth m (§. 308.) weil nemlich die

dortigen	p	c
hier	TR (h—γm)	$\gamma\Phi$

bedeuten. $\gamma\Phi$ ist nemlich der beyden nächsten Parallelen Cc, Ff Abstand.

XI. Man mache nun $\gamma\eta = Ty$

$\gamma K = Cc$ (= a §. 308.)

$Kd = \Phi L = Ff$ (= b das.)

so ist $\gamma d = b - a$.

Zwischen $\gamma\eta = m$ (X.) und $\gamma d = b - a$, suche man eine mittlere geometrische Proportionallinie γq.

Man erhält sie, wenn man über ηd einen Halbkreis beschreibt, der TR in q durchschneidet.

Man fasse demnächst $Kq = \sqrt{(K\gamma^2 + \gamma q^2)}$ $= \sqrt{(a^2 + (b-a)m)}$ trage sie von K nach s, und ziehe sx parallel mit KL, so ist γx der Abstand der gesuchten Theilungslinie $\mu\nu$, von der nächstkleinern Parallele Cc (§. 309.) Wenn man daher durch x mit RM die Parallele $\mu\nu$ ziehet, so ist das Stück $ABC\mu\nu GA$ dem verlangten Inhalte P gleich.

XII. So ist also hier eine der brauchbarsten Aufgaben bey der Feldertheilung, durch blose Zeichnung aufgelöset. Daß die bisherige Konstruktion weniger Zeit erfordert, als die arithmetische Auflösung davon (§.311.) wird ein jeder bey der Probe selbst wahrnehmen.

XIII. Wenn mehrere Theile durch Linien welche mit MR parallel laufen, von der Figur abgeschnitten werden sollen, wenn z. E. ferner das Stück zwischen $\mu\nu$ und $\omega\pi$ den Inhalt P′ haben sollte, so weiß man, daß von A angerechnet, nur die Grösse P + P′ von der ganzen Figur abgeschnitten werden darf, wo denn nach der bisherigen Auflösung verfahren wird.

XIV. Bisher war Cc kleiner als Ff (IX). Die Konstruktion von IX—XII, wird nach (§. 309. Z. II.) abgeändert, im Falle die Parallele Cc grösser als Ff wäre.

XI. Wenn Cc von Ff nur um eine geringe Grösse unterschieden wäre, so dürfte man nur durch den Punkt t (IX.) mit TR eine Parallele tz, bis an die gerade Linie mn, und dann durch den Punkt z mit RM, die parallele Scheidungslinie $\mu\nu$ ziehen. Den Beweis davon wird ein jeder leicht selbst finden.

Anmerkung.

§. 321. I. Daß die Linie TR, welche bey der Division (vorherg. §. VII.) gebraucht wurde, nach dem Maasstaabe, nach welchem die Figur ABCDEFG verzeichnet, und der Inhalt P angegeben worden ist, gemessen werden müsse, bedarf wohl kaum einer Erinnerung.

II. Es wird übrigens die Bestimmung der Scheidungslinie $\mu\nu$ desto sicherer und richtiger ausfallen, je nach einem grössern verjüngten Maasstabe die ganze Figur entworfen ist. Ueberhaupt ist dis ein für allemal zu merken, daß bey allen Theilungen, die auf dem Papiere vorgenommen werden, die Figur niemals zu klein gezeichnet seyn muß.

III. Die Anwendung dieser Aufgabe, auf die Theilung der krummlinigten Figuren, bedarf wohl keiner weitläuftigern Erläuterung.

Wenn ich dabey annehme, daß man die Parallelen Bb, Cc, u. s. w. ziemlich nahe neben einander gezogen hat, so kan man meistens nur nach (vorhergeh. §. XV.) die Lage der Scheidungslinie $\mu\nu$ bestimmen, ohne daß ein für die Ausübung beträchtlicher Fehler daraus entstände.

IV. Begreiflich kan man die ganze Konstruktion vom Xten Absatze des vorhergehenden §es angerechnet, ersparen, wenn man den Abstand der Scheidungslinie $\mu\nu$, von der Parallele Cc berechnet, nach (§.308.); die zur Berechnung nöthigen Stücke, giebt der erwähnte Xte Absatz an. Die Zeichnung vom ersten Absatze des vorhergehenden §es bis zum Xten, dienet, das Trapezium CcFc, in welches $\mu\nu$ fallen muß, zu finden, ohne daß man nöthig hätte, alle einzelne Trapezien ABb, BbGg u. s. w. würklich zu berechnen, wie im 311ten §. welches allerdings bey Theilungen der Figuren, eine Ersparung der Zeit ist.

§. 322. **Lehrsatz.** Es sey (Fig. LI.) ABCDFGH eine willkührliche Figur. Man verwandle sie nach (§. 296.) in ein Dreyeck, dessen Grundlinie AH ist, und die Spitze in die Verlängerung der an der Grundlinie liegenden Seite HG falle, d. h. man ziehe bis an die verlängerten Seiten DC, FD u. s. w. mit den Diagonalen AC, AD, AF, AG

u. s. w.

u. s. w. nach der Ordnung die Parallelen B a, a b, b c, c α, und finde solchergestalt die Spitze des Dreyecks bey α. Durch α sey α n mit H A parallel gezogen. — Die Verlängerungen von B a, a b, b c, schneiden α n bey δ, γ, β; Es sey nun E ein willkürlicher Punkt innerhalb A H, und von E gedencke man sich nach den Winkelpunkten G, F u. s. w. nach der Ordnung gerade Linien gezogen, durch α ziehe man mit der ersten E G eine Parallele α e, bis an die verlängerte Seite G F: Ich behaupte, wenn man nun durch β und e eine gerade Linie β e f, bis an die verlängerte Seite F D ziehet; darauf ferner durch γ und f wieder eine eine gerade Linie γ g u. s. w. so werde auch β e, mit F E; γ f mit D E u. s. w. parallel seyn.

Bew. 1. Ich will erstlich darthun daß β e mit F E parallel ist.

Man ziehe durch F, die Linie F h mit A H parallel, und verlängere A G, E G, bis solche bey h und m in F h einschneiden.

So hat man das Dreyeck F E h;

Dieses vergleiche man mit dem Dreyecke β e α;

II. Weil $e\alpha$ parallel mit Eh, und Fh parallel mit AH oder mit $\alpha\beta$ gezogen worden, so ist der Winkel $EhF = e\alpha\beta$. Könnte man nun erweisen daß auch $Eh : hF = e\alpha : \alpha\beta$, so wäre das Dreyeck EFh dem $c\beta\alpha$ ähnlich; Mithin müste auch βe mit FE parallel seyn.

III. Um die erwähnte Proportion zu erweisen, so will ich erst verschiedene Winkel, die in den Vierecken $AFGE$, $\beta c e \alpha$ vorkommen, benennen, und mit einander vergleichen. Wobey man denn überlege daß, βc mit FA, αc mit GA, $\alpha\beta$ mit HA und αe mit GE parallel sind.

IV. Man nenne also

$$FAG = \beta c \alpha \text{ (III)} = \lambda$$
$$GAE = \beta \alpha c \quad = \tau$$
$$AGE = c \alpha e \quad = \varsigma$$
$$AGF = \alpha c e \quad = \psi$$

So ist auch $FhA = hAE = \tau$ (IV.) und $FmE = mhG + mGh = \tau + \varsigma$.

VI. Dieses vorausgesetzt, hat man in dem Dreyecke $c\alpha e$

$$\text{Sin. } c\alpha e : ce = \text{Sin. } \alpha c e : e\alpha; \text{ also}$$

$$e\alpha = \frac{ce \text{ Sin. } \psi}{\text{Sin. } \varsigma} \text{ (IV.)}$$

Auch

Auch $\sin. c\alpha e : ce = \sin. ce\alpha : c\alpha$; also

$$c\alpha = \frac{ce \sin. (\varrho + \psi)}{\sin. \varrho}.$$

VII. In dem Dreyecke $c\beta\alpha$

$\sin. c\beta\alpha : c\alpha = \sin. \beta c\alpha : \beta\alpha$

$$\beta\alpha = \frac{c\alpha . \sin. \lambda}{\sin. (\lambda + \tau)}$$

$$= \frac{ce \sin. (\varrho + \psi) \sin. \lambda}{\sin. \varrho \sin. (\lambda + \tau)}.$$

VIII. Also aus (VI. VII.)

$c\alpha : \alpha\beta = \sin. \psi \sin. (\lambda + \tau) : \sin. \lambda \sin. (\varrho + \psi)$

IX. In dem Dreyecke GFm ist der Winkel $GFm = AGF - GhF = \psi - \tau$.

Nun $\sin. FmG : FG = \sin. FGm : Fm$

$$Fm = \frac{FG \sin. (\varrho + \psi)}{\sin. (\varrho + \tau)}$$

X. Ferner $\sin. FmG : FG = \sin. GFm : Gm$

$$Gm = \frac{FG \sin. (\psi - \tau)}{\sin. (\varrho + \tau)} \text{ (IX.)}$$

XI. Nun ist ferner in dem Dreyecke FAG

$\sin. FAG : FG = \sin. AFG : AG$

$$AG = \frac{FG \sin. (\lambda + \psi)}{\sin. \lambda} \text{ (IV.)}$$

Es ist mithin βe mit FE parallel (II.)

XVIII. Es wird sich nun auch leicht erweisen lassen, daß γf mit DE parallel seyn müsse. Denn wenn man sich durch β, F, die gerade Linie βL gedenkt, so erhellet, daß in Rücksicht des Punkts γ, die Linie βL das ist, was vorhin αH in Rücksicht des Punktes β war. — Weil also eben erwiesen worden, daß βe oder βf mit EF parallel ist, so wird man völlig nach ähnlichen Schlüssen erweisen können, daß auch γf mit DE parallel seyn müsse. Man darf nur überlegen daß in dem Beweise für γf, die Linien βL, FD, EF, βf, und die Vierecke $\beta\gamma$bf, AEDF das sind, was im vorigen Beweise für βe, nach eben der Ordnung die Linien αH, GF, EG, αe und die Vierecke $\alpha\beta$ce, AEFG waren. Und so wird man völlig so, auch γf mit DE parallel finden.

Daraus würde man nun weiter herleiten, daß auch δg mit EC parallel seyn müsse, voraus gesetzt, daß der Punkt g nicht zwischen C und D, sondern in die Verlängerung von DC zwischen C und a fiele u. s. w.

Daß also diese Schlüsse so lange fortgesetzt werden können, bis man, wie hier

 bey

Man würde nemlich g f mit ED, fe mit EF, e α mit EG nach der Ordnung parallel ziehen, und so für das erwähnte Stück das Dreyeck EH α bekommen.

III. So wird man nun leicht umgekehrt sehen, daß man den Punkt g, durch welchen die Theilungslinie gE gehen würde, dadurch fände, daß man αe mit EG; ef mit EG, und fg mit ED parallel zöge. — die Parallelen nemlich so lange fortsetzte, bis man, wie bey g, unmittelbar auf den Umfang der Figur stiesse.

IV. Da aber das Ziehen der Parallelen etwas beschwerlich ist, so kan man vermöge der im vorigen Lehrsatze bewiesenen Eigenschaft der Punkte α, β, γ u. s. w. kürzer auf folgende Art verfahren.

Man ziehe erstlich αe mit EG parallel. — Nun aber, durch β und e, die gerade Linie βf, bis an die Verlängerung von FD, hierauf durch γ und f die gerade Linie γg bis abermals an die Verlängerung von DC u. s. w. dies Verfahren setze man so iange fort, bis man, wie hier schon bey g geschiehet, unmittelbar auf den Umfang der Figur kömmt, so wird Eg die gesuchte Theilungslinie seyn.

Zus.

Weil hier rt unmittelbar an den Umfang der Figur stößt, so wird die gezogene Ft, das Stück AFtDE = dem Dreyecke AFm = dem gegebenen Inhalte (V), abschneiden.

Zus. I. Wäre die vierte Proportionallinie (V.) grösser als Ae, daß also m über e hinausfallen würde, so muß man solche längst ce so tragen, wie qm anzeigt, und hierauf die Punkte q und m, immer von einer verlängerten Seite auf die nächstfolgende reduciren, wie in (V.) bis man auf den Umfang der Figur kommt.

Zus. II. Die bisherige Auflösung gilt auch, wenn die Figur einwärts gehende Winkel hat. Nur muß man im Falle die Verwandlung der Figur in ein Dreyeck nach dem 296 §. nicht angienge, vorher nach §. 297. die einwärts gehenden Winkel weggeschafft haben.

§. 326. Aufg. Von einer Figur ABCDE u. s. w. (Fig. LIII.) ein beliebiges Stück abzuschneiden, ohne daß man nöthig hat, die ganze Figur selbst vorher in einen Triangel zu verwandeln.

Aufl. I. Der abzuschneidende Inhalt heise p; und man setze, der verjüngte Maasstab, nach welchem die Figur auf dem Felde gezeichnet worden ist, sey gegeben. Dieses wird

$D\alpha + \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta C$ grösser als $D\gamma + \gamma C$.

Es kan übrigens, wenn $D\gamma$, γC eine beträchtliche Länge haben, die Abweichung vom geraden Wege, oder das Perpendikel von γ auf DC schon ziemlich groß seyn, ohne daß darum der Umweg $D\gamma C$ sehr viel länger als die gerade Richtung DC wäre.

Es sey z. E. $D\gamma = 400$ Ruth.; $C\gamma = 200$ R. das Perpendikel von γ auf $DC = 30$ R.; so wird $DC = \sqrt{(400^2 - 30^2)} + \sqrt{(200^2 - 30^2)} = 596,5$ Ruth., welches von $D\gamma + C\gamma = 600$ R. nur um $3\frac{1}{2}$ Ruth. unterschieden ist, obgleich die Abweichung von DC von einer beträchtlichen Grösse ist.

IX. Wäre bey Q ein Sumpf oder ein morastiger Boden, der der geraden Richtung BC begegnete, so muß man die Ursachen desselben aufsuchen, und erwägen, ob er sich ohne grosse Kosten austrocknen läst. Dabey wird nun eine physikalische Kenntniß der umliegenden Gegend nützlich seyn. Entstehet der Sumpf dadurch, daß das von benachbarten Anhöhen herabfliesende Regen- und Schneewasser nicht zureichenden Abzug hat, oder auch daß ein benachbarter Fluß aus den Ufern tritt, so ist dem durch geschickt ange-

brach-

hauen die wahre Richtung CF zu treffen, so muß man die Aufgabe des 241ten §es zu Hülfe nehmen.

Was ich aber dort mit dem Meßtische zu bewerkstelligen angewiesen, könnte noch genauer durch Hülfe eines Astrolabii geschehen.

Wenn nemlich CpqF sonst einen Weg durch den Wald vorstellet, so könnte man bey p und q die Winkel mit dem Astrolabio messen, aus diesen Winkeln nebst den Seiten Cp, pq, qF, den Winkel FCp durch trigonometrische Rechnung suchen, und ihn auf das Feld abtragen, mithin CF genauer abstecken, als es vermittelst des Meßtisches nach dem Verfahren des 241ten §es angienge.

Hat indessen der Weg CpqF viele Winkel, so könnten die unvermeidlichen Fehler in Messung desselben, den Winkel pCF doch mit einer Unrichtigkeit geben, die nachher noch eine Verbesserung der abgesteckten Richtung CF erforderte.

Weit genauer verführe man, wiewohl wegen vorzunehmender Wegräumung der Gebüsche zu einigem Nachtheile des Waldes, auf folgende Art.

Man ziehe von C aus, durch den Wald eine gerade Richtung CE, längst der man ohn=

ohngefähr glaubt auf F zu treffen; Es wird sich dieses schon ziemlich genau bewerkstelligen lassen, wenn man die Karte zu Hülfe nimmt, worauf sich die Oerter C und F befinden.

Wenn man bey E aus dem Walde hinaus kömmt, so wird es ein Zufall seyn, wenn CE würklich ganz genau auf F zugienge, wenn man auch gleich auf der Karte den Winkel FCp, den CF mit einer bekannten Richtung Cp macht, gemessen, und ihn an C auf das Feld getragen hätte — denn auf der Karte kan dieser Winkel doch nicht so genau gemessen werden, daß man nicht statt CF, eine etwas unterschiedene Richtung CE erhielte.

Fände man also CE nicht genau auf F zugehend, so messe man bey E den Winkel CEF, so kan man daraus und aus den gemessenen CE, EF, den Abweichungswinkel ECF berechnen, welcher bey C an CE vermittelst des Astrolabii abgetragen, die verbesserte Richtung CF giebt, längst der man den Weg durch den Wald abstecken, und aushauen muß.

Man könnte auch aus dem gemessenen Winkel CEF, und der Weite EF, das von F auf CE fallende Perpendikel Ff, so wie auch Ef berechnen, und hierauf an die Punkte i, k ꝛc. ꝛc. der abgesteckten Richtung CE, etwa von 5 zu 5 Ruthen Perpendikulärlinien

in,

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Mayer, Johann Tobias,

Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie

Bd.: 3 : ... mit 8. Kupfertafeln

Göttingen 1783

Math.p. 741 y-3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083320-9
VD18 90034732